Colegio Fernando de Aragón
Departamento de matemática
Prof. Sergio Moreno San Martín

Guía Nº2: Abril N° lista: __

Nombre: ____________________________________Curso: II°___ Fecha:___/ 4 /2021

A) SINTESIS DE CONTENIDO: SISTEMA DE ECUACIONES (OA4)

Dos ecuaciones de primer grado, que tienen ambas las mismas dos incógnitas, constituyen un S**istema de ecuaciones lineales**.

La forma general de un sistema de ecuaciones de primer grado es:

Sea el sistema: $\left.\begin{array}{l} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{array}\right|$ donde a_1, b_1, c_1, a_2, b_2 y c_2 son números reales.

Se denomina **solución del sistema** a todo par (x, y) que **satisfaga simultáneamente** ambas ecuaciones.

OBSERVACIÓN: Cada ecuación de un sistema de ecuaciones, representa una línea recta en un sistema de ejes coordenados.

Métodos para resolver sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas:

Resolución algebraica: Para resolver algebraicamente un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas existen varios métodos; utilizaremos el método de reducción

Resolución gráfica: Este método consiste en representar las dos ecuaciones y calcular el punto de corte de las mismas. Este punto es la solución del sistema porque sus coordenadas cumplen ambas ecuaciones.

.

MÉTODO DE REDUCCIÓN: consiste en operar entre las ecuaciones como, por ejemplo, sumar o restar ambas ecuaciones, de modo que una de las incógnitas desaparezca. Así, obtenemos una ecuación con una sola incógnita.

Pasos:

1. Se amplifica o simplifica cada ecuación para obtener el mismo coeficiente en una de las incógnitas.
2. Se restan o suman las ecuaciones de maneras que se elimine una de las incógnitas: para esto se igual los coeficientes.
3. Se resuelve la ecuación de la incógnita resultante.
4. Se calcula el valor de la otra incógnita sustituyendo una de las ecuaciones.

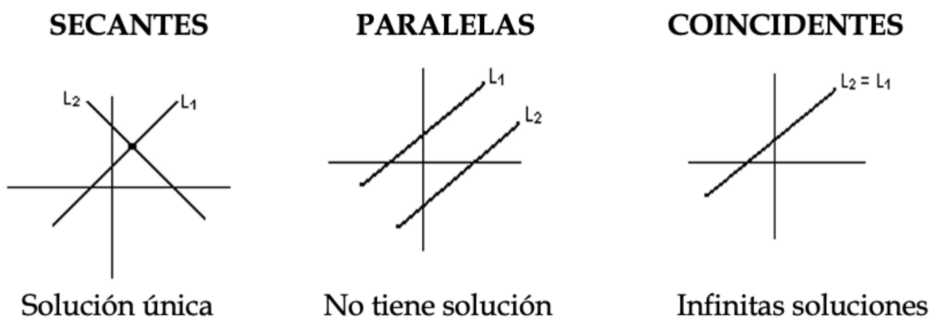
Ejemplo:	$\begin{array}{l} A: \; 2x+y=80 \\ B: \; 3x-2y=64 \end{array}$
Paso 1: Multiplicamos la ecuación A por 3 y la ecuación B por -2, para obtener el mismo coeficiente en una de las incógnitas.	$\begin{array}{r} 6x+3y=240 \\ -6x+4y=-128 \end{array}$
Paso 2: Sumamos verticamente (hacia abajoambas ecuaciones) de maneras que se elimine una de las incógnitas	$\begin{array}{r} 6x+3y=240 \\ -6x+4y=-128 \\ \hline 0x+7y=112 \end{array}$
Paso 3: Resolvemos esta ecuación en y:	$7y=112 \Rightarrow y=16$
Paso 4: Reemplazamos y= 16 en A (o en B):	$2x+y=80$ $2x+16=80$ $2x=80-16$ $x=\frac{64}{2}$ $x=32$
Solución: Luego el sistema tiene como solución (x,y)	$x=32 \; e \; y=16; \; o \; bien \; (32,16)$

MÉTODO GRÁFICO: Para resolver gráficamente un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, se representan ambas rectas en un sistema de ejes coordenados, con lo cual surge una de las siguientes posibilidades.

i) Las **rectas secantes** se **intersectan en un punto**, cuyas coordenadas (a,b) es la **única solución** del sistema (figura 1).

ii) Las dos **rectas son paralelas** (no se intersectan), por lo tanto, **no hay solución** (figura 2).

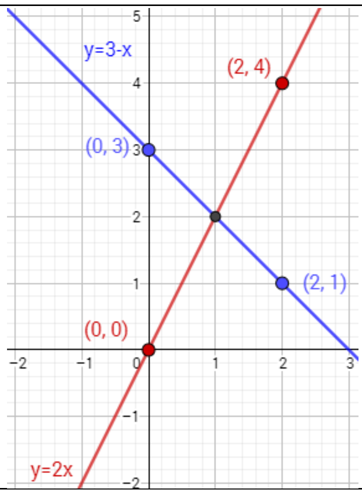
iii) Las dos **rectas coinciden**, dando origen a **infinitas soluciones** (figura 3).



El **método gráfico** consiste en representar las gráficas asociadas a las ecuaciones del sistema para deducir su solución.

Para poder aplicar el método gráfico debemos saber representar las gráficas de las rectas. Nosotros lo haremos uniendo puntos calculados previamente.

Ejemplo: $$\begin{aligned} -2x + y &= 0 \\ x + y &= 3 \end{aligned}$$

Paso 1: Lo primero que hacemos es despejar la y en ambas ecuaciones. Primera ecuación:	Primera ecuación: $-2x + y = 0$ $y = 2x$	Segunda ecuación: $x + y = 3$ $y = 3 - x$
Paso 2: Ahora vamos a calcular unos cuantos puntos de las dos funcionespara representarlas. Utilizamos, por ejemplo, x = 0 y x = 2.	Para la primera función tenemos la tabla | ***x*** | **y=2x** | **Punto** | | 0 | 0 | (0,0) | | 2 | 4 | (2,4) |	Para la segunda función tenemos la tabla (utilizando los mismos valores para x) | ***x*** | **y=3-x** | **Punto** | | 0 | 0 | (0,0) | | 2 | 4 | (2,4) |
Paso 3: Representamos los puntos de las tablas y los unimos:		La solución del sistema es el punto de intersección entre las gráficas. La razón de ello es que las coordenadas de dicho punto cumplen ambas ecuaciones y, por tanto, es la solución del sistema. $x = 1\,; y = 2.\ o\ bien$ $(\,1, 2)$

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

Plantea un sistema de ecuaciones para determinar la solución para cada uno de los siguientes problemas.

1. La resta entre dos números es 46 y al dividir el número mayor por el número menor el cociente es 3 y el resto es 10. ¿Cuáles son estos números?

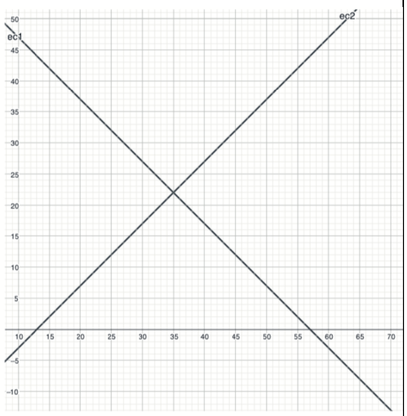
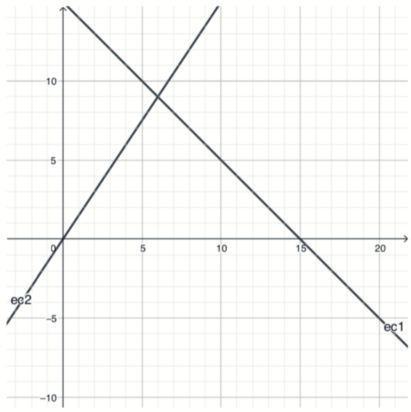
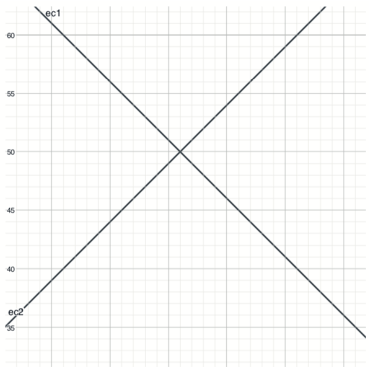
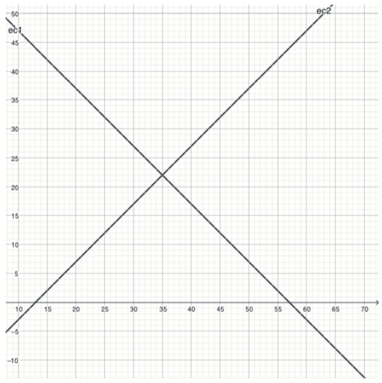
2. El perímetro de un rectángulo es 30 cm y los lados están en la razón 2 : 3. ¿Cuánto mide el área del rectángulo?

3. La suma de dos números es 57 y la resta entre ellos es 13. ¿Cuáles son los números?

4. En un taller se cambió neumáticos a 40 vehículos, entre autos y motos. Si se cambiaron en total 100 neumáticos, ¿a cuántos autos y a cuántas motos se les cambió neumáticos?

5. En la academia de baile de un liceo participan 86 alumnos en total y se sabe que hay 14 mujeres más que hombres en la academia. ¿Cuántas mujeres y cuántos hombres están participando de la academia?

Solucionario

1	**2**	**3**
 $\begin{bmatrix} x - y = 16 \\ x - 3y = 10 \end{bmatrix}$ $x = 64 \ ; \ y = 18$	 $\begin{bmatrix} x + y = 15 \\ 3x - 2y = 0 \end{bmatrix}$ $x = 6 \ ; \ y = 9$	 $\begin{bmatrix} x + y = 57 \\ x - y = 13 \end{bmatrix}$ $x = 35 \ ; \ y = 22$
4  Observación: Autos, 4 ruedas y motos, 2 ruedas $\begin{bmatrix} \mathrm{A} + \mathrm{M} = 40 \\ 4\mathrm{A} - 2\mathrm{M} = 100 \end{bmatrix}$ $\mathrm{A} = 10 \, ; \mathrm{M} = 30$	**5**  $\begin{bmatrix} \mathrm{H} + \mathrm{M} = 86 \\ \mathrm{H} - \mathrm{M} = 14 \end{bmatrix}$ $\mathrm{H} = 36 \, ; \mathrm{M} = 50$	**Logrado:** 8 a 15 puntos. **Parcialmente logrado:** 4 a 7 puntos. **Por lograr:** 0 a 3 puntos.

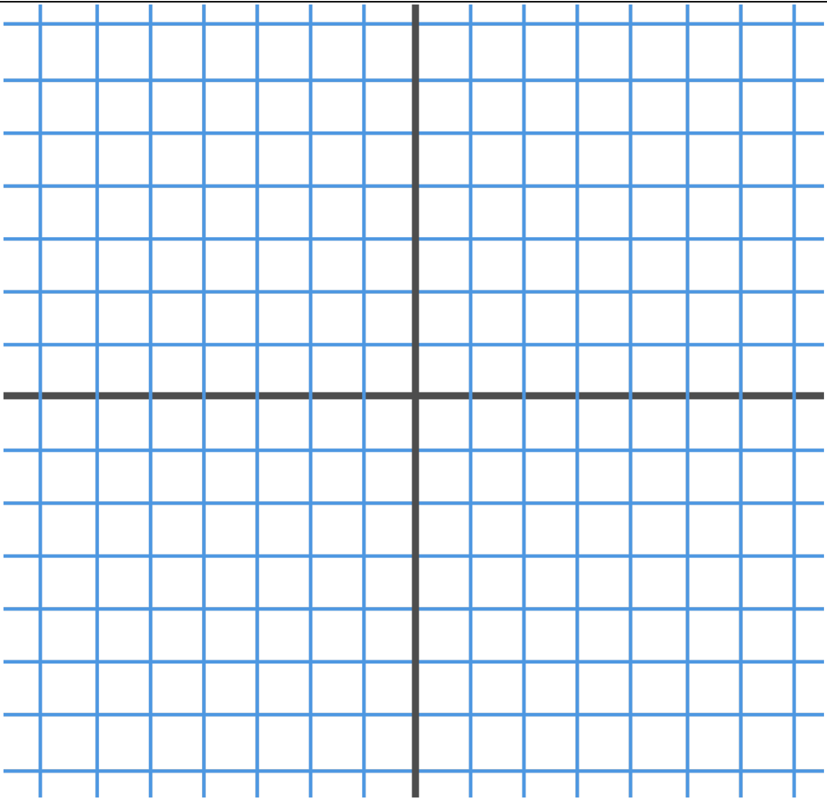
Colegio Fernando de Aragón
Departamento de matemática
Prof. Sergio Moreno San Martín

Solución gráfica de sistemas de ecuaciones: Grafica las ecuaciones correspondientes y encuentra la solución al sistema.

1. $\begin{cases} 2x - y = 2 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$

2x – y = 2	
x	**y**

3x – y = 3	
x	**y**

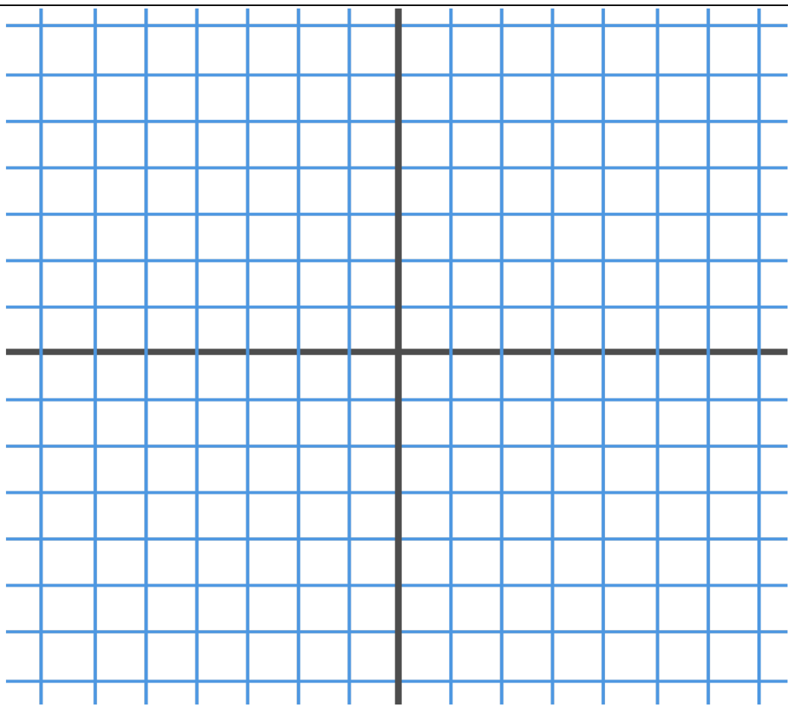


La solución es el punto de coordenadas: x =____ y =____

2. $\begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ 2x + y = 14 \end{cases}$

2x – y = 2	
x	**y**

3x – y = 3	
x	**y**

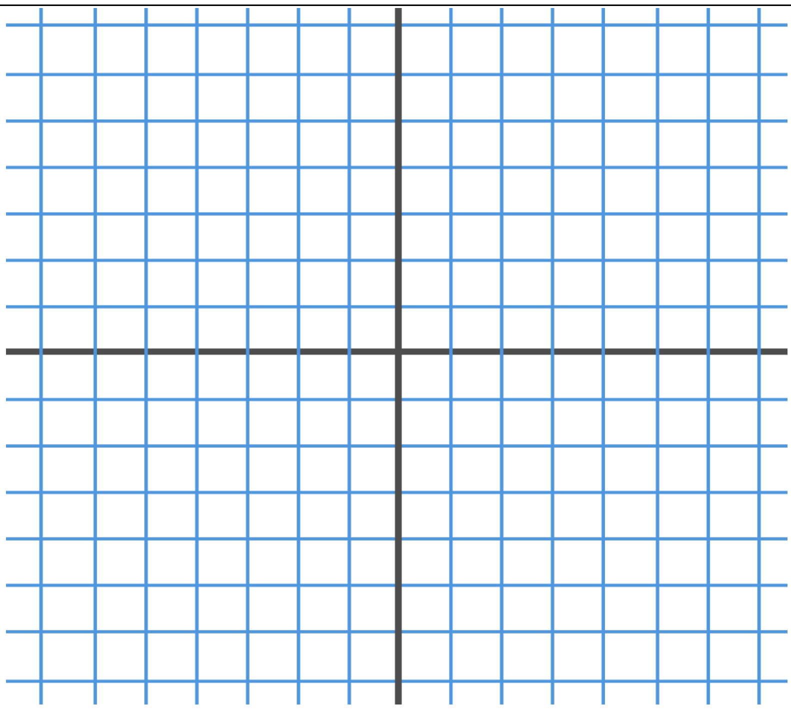


La solución es el punto de coordenadas: x =____ y =____

3. $x - 2y = 4$
$2x + 3y = 1$

$x - 2y = 4$	
x	**y**

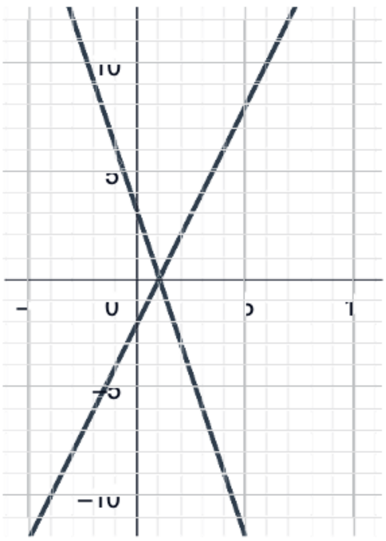
$2x + 3y = 1$	
x	**y**



La solución es el punto de coordenadas: x =___ y =___

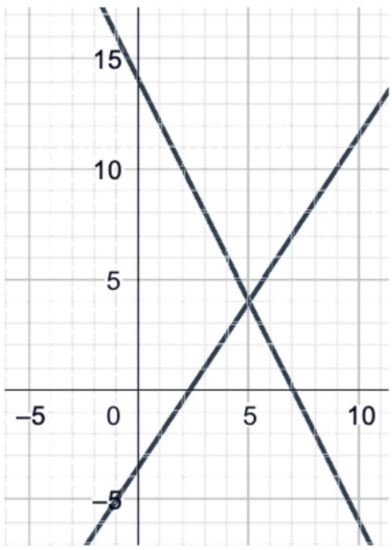
Solucionario

1



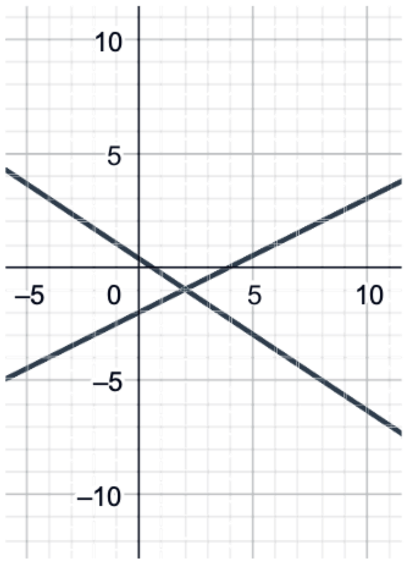
$x = 1 \ ; \ y = 0$

2



$x = 5 \ ; \ y = 4$

3



$x = 2 \ ; \ y = -1$

Logrado: 8 a 9 puntos.
Parcialmente logrado: 4 a 7 puntos.
Por lograr: 0 a 3 puntos.

Colegio Fernando de Aragón
Departamento de matemática
Prof. Sergio Moreno San Martín

Instrucciones: A continuación usted encontrará preguntas de selección múltiple. Lea atentamente, resuelva y **ENCIERRE EN UN CíRCULO** la letra de la alternativa correcta.

1 En un estacionamiento hay autos (x) y motos (y), que en total son 24 vehículos. Si la diferencia entre la cantidad de autos y motos es 7, ¿Con cuál sistema de ecuaciones se puede saber la cantidad de autos y motos que hay en el estacionamiento?

A) $\left.\begin{array}{r} x+y= \; 7 \\ x-y= \; 24 \end{array}\right|$

B) $\left.\begin{array}{r} x-7\cdot y= \; 24 \\ x+y= \; 7 \end{array}\right|$

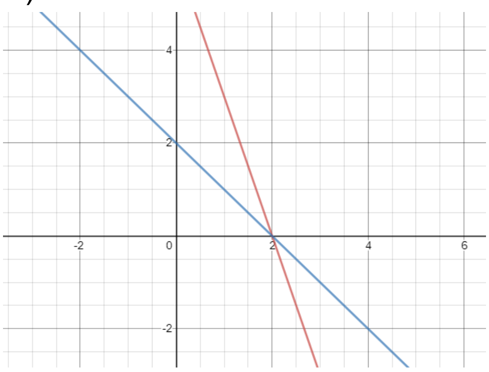
C) $\left.\begin{array}{r} x+y= \; 24 \\ x-y= \; 7 \end{array}\right|$

D) $\left.\begin{array}{r} 7\cdot x+y= \; 24 \\ x-7\cdot y= \; 7 \end{array}\right|$

2 ¿Cuál de los gráficos muestra la solución al siguiente sistema de ecuaciones?

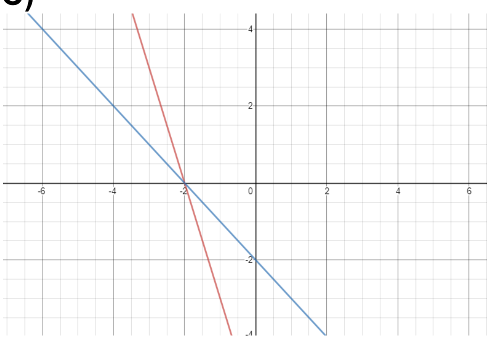
$$\left.\begin{array}{l} 3x+y=-6 \\ x+y=2 \end{array}\right|$$

A)

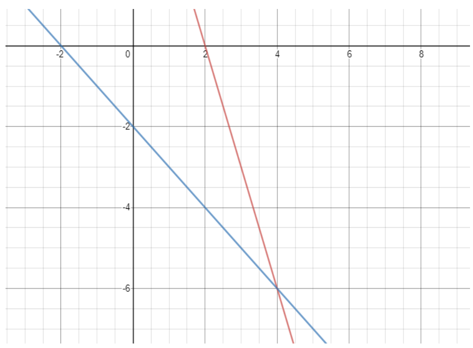


B)

C)



D)



3 ¿Cuál de las alternativas muestra la solución al siguiente sistema de ecuaciones?

$$\left.\begin{array}{r} x+y=2 \\ 2x-y=4 \end{array}\right|$$

A) $x=0$; $y=-2$
B) $x=-2$; $y=0$
C) $x=0$; $y=2$
D) $x=2$; $y=0$

4 A un circo entraron 500 personas entre adultos y niños. El valor de la entrada era de \$ 1800 por adulto y \$ 700 por niño. Si por la venta de entradas se recaudó \$ 548.000. ¿Con cuál de los siguientes sistemas se puede determinar el número de adultos (x) y el número de niños (y) que asistieron al circo.

A) $\begin{bmatrix} x\cdot y=500 \\ 1800x+700y=548.000 \end{bmatrix}$
B) $\begin{bmatrix} x+y=500 \\ 1800y+700x=548.000 \end{bmatrix}$
C) $\begin{bmatrix} x\cdot y=500 \\ 1800y+700x=548.000 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} x+y=500 \\ 1800x+700y=548.000 \end{bmatrix}$

5 Determina los valores de x e y respectivamente, dado el sistema:

$$\begin{array}{c} 7x+4y=13 \\ 5x-2y=19 \end{array}$$

A) $-2 \quad y \quad 3$
B) $3 \quad y -2$
C) $2 \quad y -3$
D) $-3 \quad y \ -2$

6 Al resolver el sistema $\begin{array}{c} 2x+y=50 \\ 4x-5y=30 \end{array}$, se tiene $3(x+y)$ es igual a:

A) 20
B) 30
C) 60
D) 90

7

Un grupo de 21 personas se reúne en una fiesta. Se sabe que el número de hombres(h) es igual al doble del número de mujeres(m). ¿Cuál de los siguientes sistemas representa mejor el enunciado anterior?

A) $\left.\begin{matrix} m+2h=21 \\ m=2h \end{matrix}\right]$

B) $\left.\begin{matrix} m+h=21 \\ h=2m \end{matrix}\right]$

C) $\left.\begin{matrix} m+h=21 \\ m=2h \end{matrix}\right]$

D) $\left.\begin{matrix} m+h=21 \\ m+2h=0 \end{matrix}\right]$

8

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones: $\begin{matrix} 3x+2y=35 \\ -9x+5y=-127 \end{matrix}$

Las soluciones son:

	x	y
A)	13	-2
B)	-13	2
C)	6	3
D)	-6	-3

9

La solución del sistema de ecuaciones $\left.\begin{matrix} x-2y=5 \\ 2x-y=7 \end{matrix}\right|$ es el punto:

A) (4,-1)
B) (–3,1)
C) (3,-1)
D) (-3,-1)

10

Marcela vende 2 tipos de adornos: esferas grandes (*x*) a $300 y esferas chicas (*y*) a $200. Si vendió 100 esferas en total y recaudó $27.000, ¿cuál de los siguientes sistemas permite calcular correctamente el número de esferas de cada tipo que vendió?

A) $\begin{array}{l} x + y = 100 \\ x + y = 27.000 \end{array}$

B) $\begin{array}{l} x + y = 100 \\ 300x + 200y = 27.000 \end{array}$

C) $\begin{array}{l} x + y = 27.000 \\ 300x + 200y = 100 \end{array}$

D) $\begin{array}{l} 300x + 200y = 100 \\ 300x + 200y = 27.000 \end{array}$

11

Para un show del día del alumno se forman 20 grupos de estudiantes, algunos de ellos con 5 participantes y otros con 6. En total hay 112 estudiantes en esta actividad.

Para saber cuántos grupos de cada tipo hay, Gabriela está escribiendo un sistema de ecuaciones. La primera ecuación que escribe es x + y = 20, ¿cuál debería ser la otra ecuación?

A) $x + y = 112$
B) $5x + 6y = 112$
C) $\frac{x}{5} + \frac{y}{5} = 11$
D) $11(x + y) = 112$

12

Observa el siguiente sistema de ecuaciones: $\begin{array}{l} 5x + 6y = 23 \\ \boldsymbol{k}x + 18y = 32 \end{array}$

Siendo **k** un número real, ¿para que valores de **k** el sistema **<u>no</u>** tiene solución?

A) -5
B) $-\frac{2}{45}$
C) 0
D) $\frac{2}{45}$

13

El punto **x= 2** y **y = -4**, es solución del sistema

A) $\left.\begin{array}{r} \mathbf{2}x-\mathbf{3}y=\mathbf{16} \\ x+\mathbf{2}y=\mathbf{10} \end{array}\right|$

B) $\left.\begin{array}{r} \mathbf{2}x-\mathbf{3}y=\mathbf{16} \\ x-\mathbf{2}y=\mathbf{10} \end{array}\right|$

C) $\left.\begin{array}{r} \mathbf{2}x+\mathbf{3}y=\mathbf{16} \\ x+\mathbf{2}y=\mathbf{10} \end{array}\right|$

D) $\left.\begin{array}{r} x+\mathbf{3}y=\mathbf{16} \\ x+\mathbf{2}y=\mathbf{10} \end{array}\right|$

14

Al resolver el siguiente sistema de ecuaciones se puede asegura que:

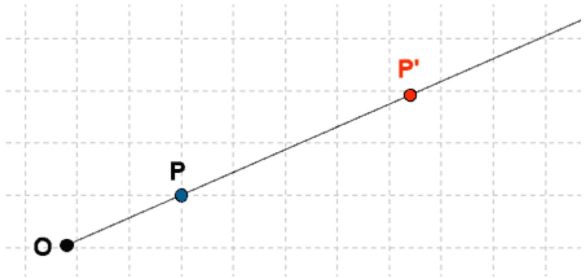
$$\left.\begin{array}{r} x+4y=5 \\ 2x-y=10 \end{array}\right|$$

A)Representa dos rectas coincidentes
B)No tiene solución,
C) Tiene una única solución
D) Tiene infinitas soluciones

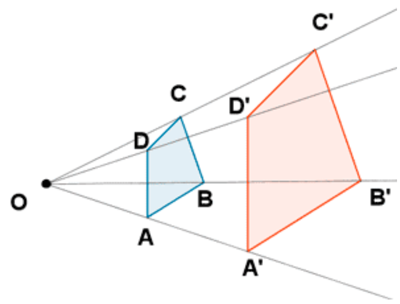
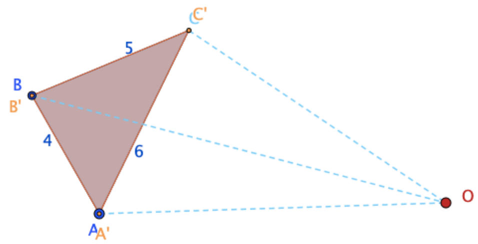
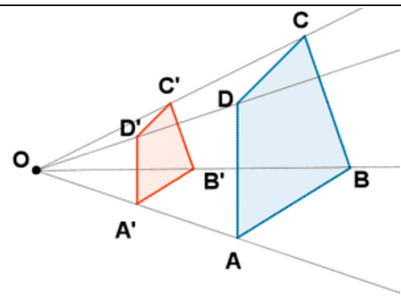
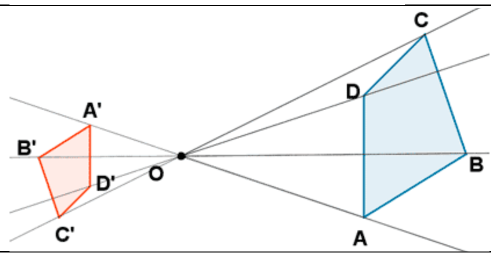
B) SINTESIS DE CONTENIDO: HOMOTECIA (OA8)

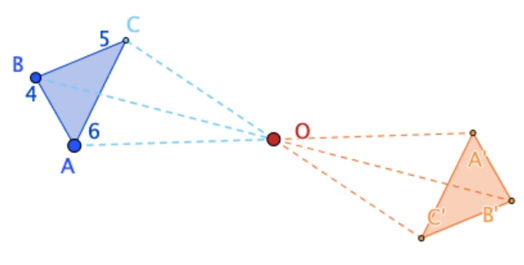
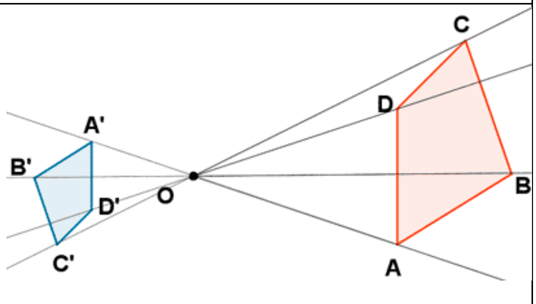
Se llama homotecia de centro O y razón k a una transformación en el plano por la que cada punto P le hace corresponder otro punto P' tal que O, P y P' están alineados y cumplen lo siguiente.

$$k = \frac{OP'}{OP}$$



En función del valor de la razón de k tenemos los siguientes casos :

Valor de la razón de k	Descripción	Gráfica
$k > 1$	La homotecia es una **ampliación** y ambas figuras se encuentran al mismo lado del centro de homotecia.	
$k = 1$	La homotecia es **congruente** con la figura original y ambas se encuentran en el mismo lugar.	
$0 < k < 1$	La homotecia es una **reducción** y ambas figuras se encuentran al mismo lado del centro de homotecia.	
$-1 < k < 0$	La homotecia es una **reducción** y el centro de homotecia está ubicado entre ambas figuras.	

$k = -1$	La homotecia es **<u>congruente</u>** con la figura original y corresponde a una rotación alrededor del centro O en un ángulo de 180°.	
$k < -1$	La homotecia es una **<u>ampliación</u>** y el centro de homotecia está ubicado entre ambas figuras.	

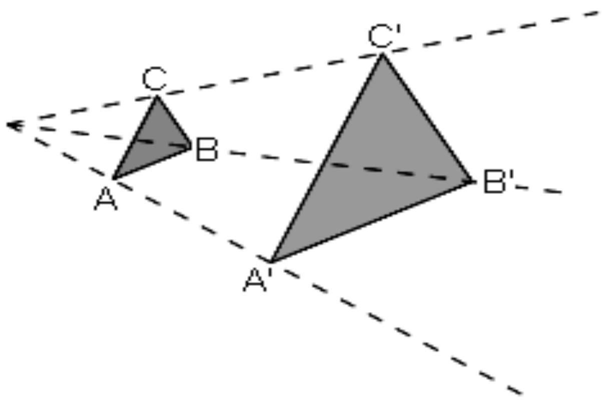
Propiedades de la homotecia.

- El único punto invariante de una homotecia es el centro de homotecia.
- Las rectas que pasan por el centro de homotecia son rectas invariantes.
- Las rectas que contienen segmentos homólogos son paralelas, y la razón de dichos segmentos coincide con la razón de homotecia.
- Una homotecia conserva el sentido de las figuras.
- Una homotecia de razón k = 1 transforma cada punto en sí mismo. Recibe el nombre de Identidad.
- Si la razón de homotecia es k = - 1, se trata de una simetría central

<u>Instrucciones</u>: A continuación usted encontrará preguntas de selección múltiple. Lea atentamente, resuelva y **ENCIERRE EN UN CíRCULO** la letra de la alternativa correcta.

1 **OA 8**

En la figura se observa una homotecia de factor 2,5.
Si el perímetro del Δ A'B'C' es 35 cm,
¿cuál es el perímetro del Δ ABC?

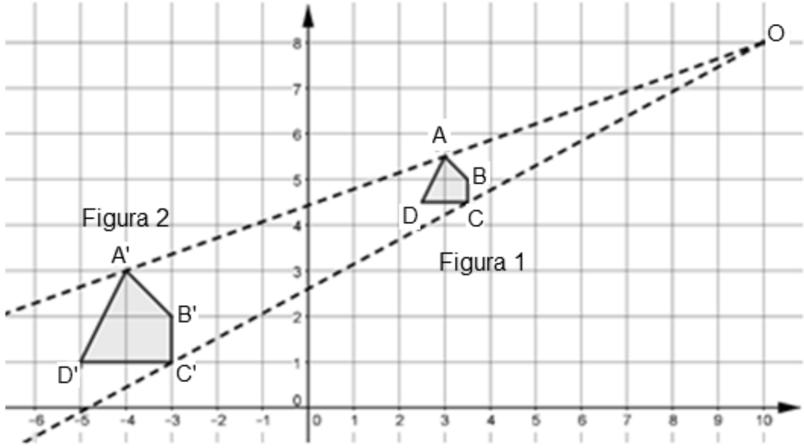


A) 7 cm.
B) 14 cm.
C) 17,5 cm.
D) 87,5 cm.

2

OA8

Observa la siguiente imagen que muestra una homotecia producida a partir de la figura**.**



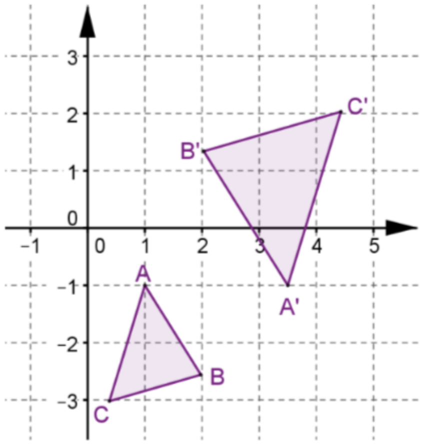
Si la distancia entre el punto O y el punto A es 7 cm y la distancia entre el punto O y el punto A’ es 14 cm, ¿Cuál es la razón de homotecia?

A) 1
B) 2
C) 7
D) 14

3

OA8

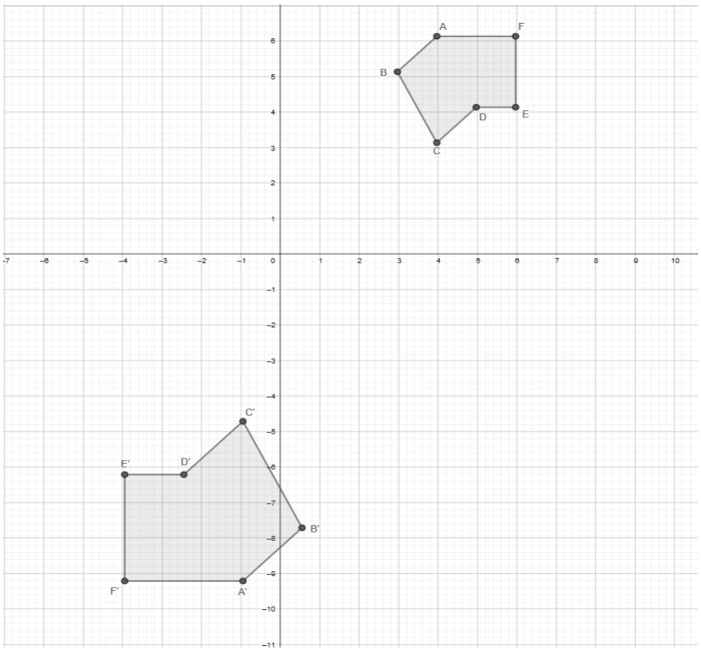
¿En la figura se presenta el triángulo ABC y su homotético A’B’C’. ¿Cuáles son las coordenadas del centro de homotecia?



A. (2 , −1)
B. (2 , 0)
C. (1 , 1)
D. (2 , 1)

4 **OA8**

En la imagen se muestra una homotecia generada a partir del polígono ABCDEF.



¿Cuáles son las coordenadas del centro de homotecia?

A) (2, 0)

B) (3, 0)

C) (2,3)

D) (3, 2)

5 **OA 8**

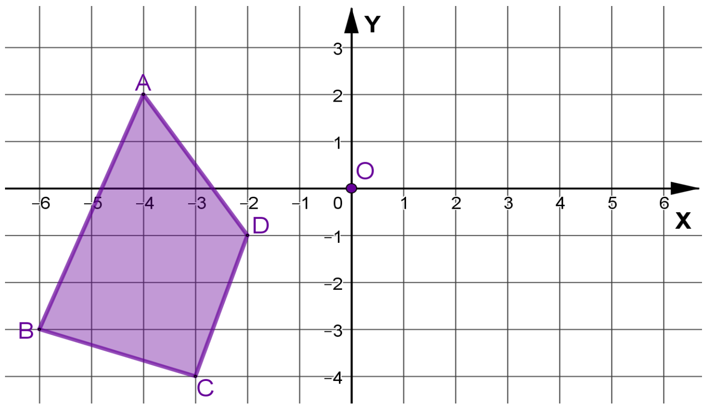
En la figura, al polígono ABCD se le aplicó una homotecia de razón igual a **-1** con centro en O; ¿cuáles son las coordenadas del punto B´, homotético de B?

A) B(12 , 6)

B) B(6 , 3)

C) B(6 , 1)

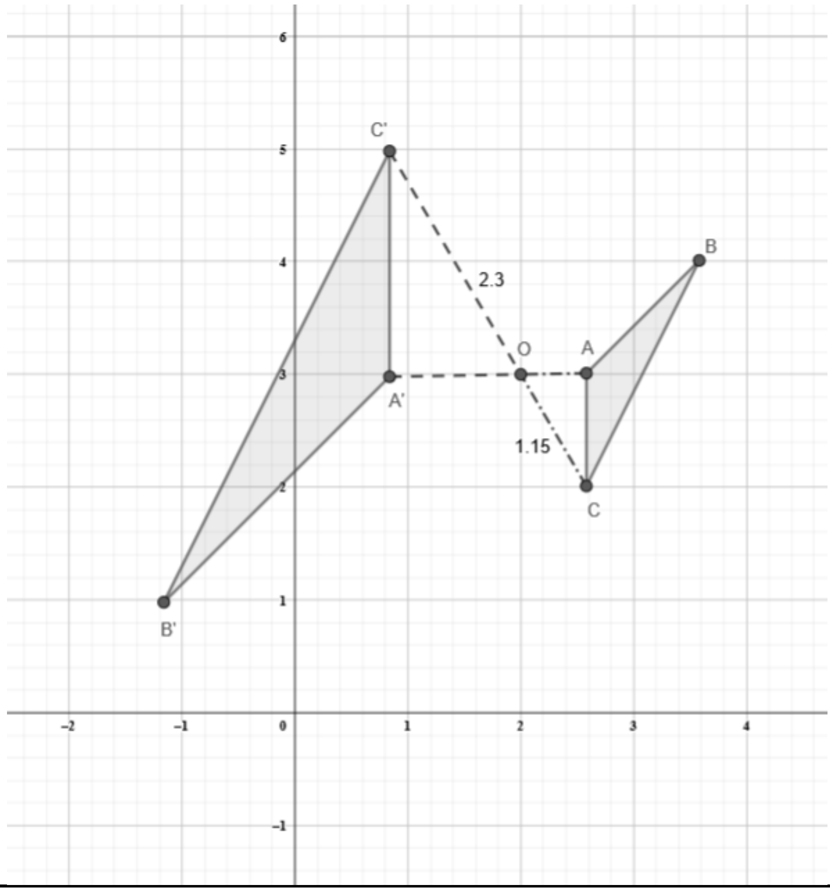
D) B(1, 6)



6

OA8

Al triángulo ABC se le aplicó una homotecia de centro O obteniéndose el triángulo A'B'C'. Si el segmento AO mide 1,16 cm, entonces ¿cuánto mide el segmento OA'?



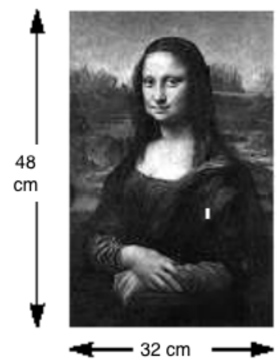
A) 0,29 cm
B) 1,16 cm
C) 2,0 cm
D) 2,64 cm

7

OA 8

Una fotografía ha sido ampliada y sus dimensiones actuales son las que se muestran en la figura.

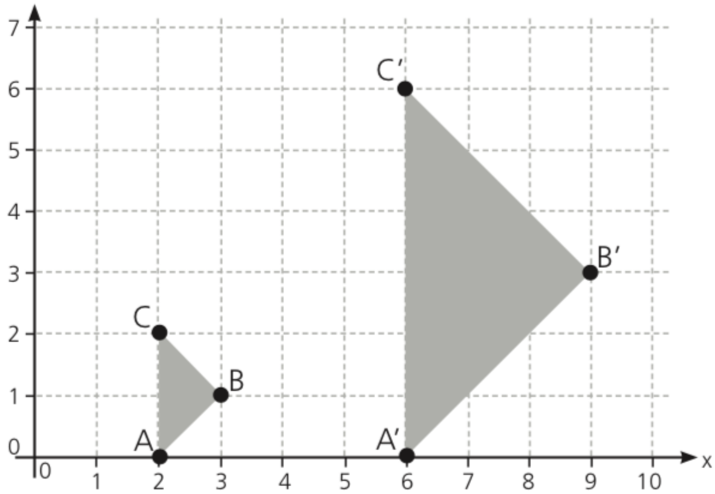
Si se sabe que la fotografía original mide 8 cm de ancho y 12 de largo ¿cuál es la razón de homotecia en que se agrandó la foto?



A) $\frac{1}{4}$
B) $\frac{2}{3}$
C) $\frac{3}{2}$
D) $\frac{4}{1}$

8 **OA8**

En la siguiente imagen, el triángulo A'B'C' es el resultado de hacer una homotecia al triángulo ABC con centro en (0, 0):



¿Cuál es la razón de homotecia?

A) 2
B) 3
C) 4
D) 6

9 **OA 8**

En la imagen se representa una transformación llamada Homotecia, que consisteen generar la Figura 2 a partir de la Figura 1, multiplicando todas las distancias por un mismo factor:

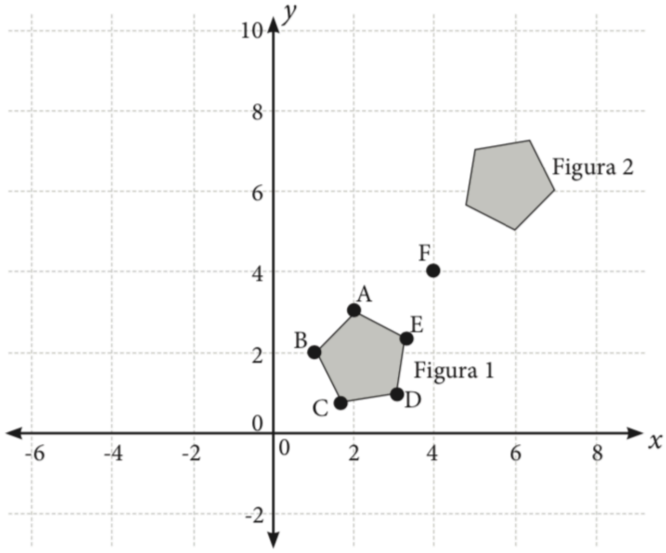
Si la distancia entre el punto O y el punto A es aproximadamente 4 cm y la distancia entre el punto O y A' es aproximadamente 12 cm, entonces ¿cuál es el factor que multiplica las distancias de la Figura 1 para obtener la Figura 2?

A) 4
B) 3
C) $\frac{1}{3}$
D) 4

10 **OA 8**

En la siguiente imagen, la figura 2 es el resultado de hacer una homotecia a la figura 1 con respecto al punto F:

Para obtener una nueva figura se realizará otra homotecia a la figura 1, con la misma razón pero cambiando el centro de la homotecia, para que la figura resultante quede completamente en el II cuadrante.

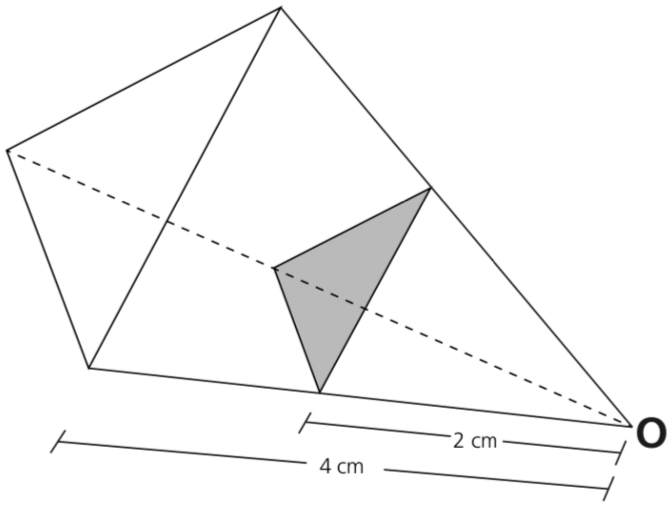


¿Cuál de los siguientes puntos del plano sirve como nuevo centro de la homotecia?

A) (4, 4)
B) (2, 4)
C) (1, 4)
D) (0, 4)

11 **OA 8**

La siguiente imagen muestra cómo, **a partir del triángulo blanco**, se obtuvo el triángulo gris haciendo una homotecia con centro en **O**:

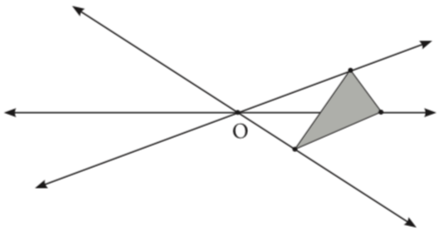


¿Cuál es la razón de la homotecia realizada?

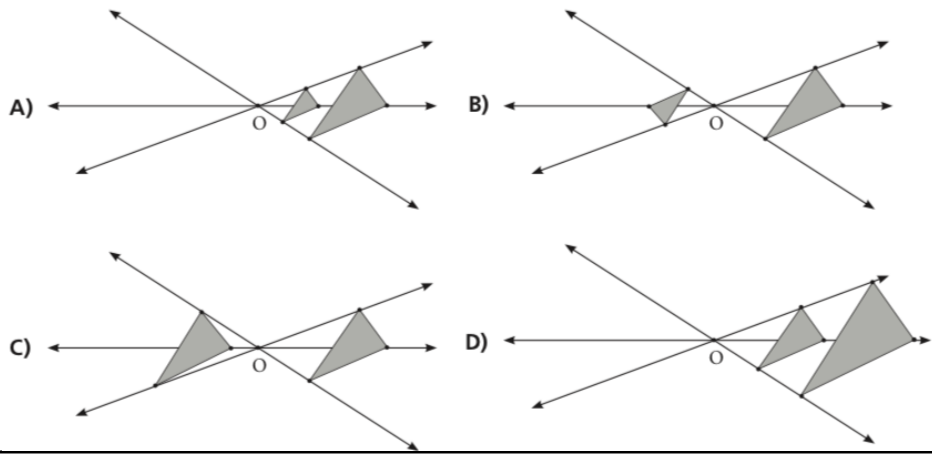
A) ½
B) 2
C) 1
D) 4

12

Observa el triángulo:



Después de realizarle una homotecia con razón de $-\frac{1}{2}$, ¿cuál opción muestra la homotecia y la figura original?



13 **OA 8**

Observa la homotecia de centro O que se le hizo al paralelogramo ABCD:

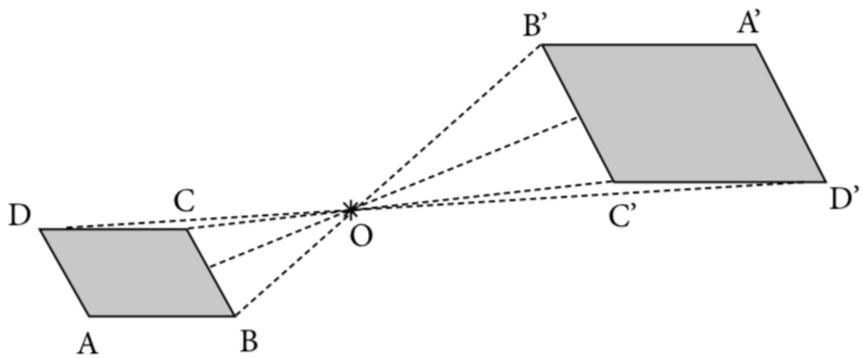
La distancia OA es la mitad de la distancia OA'. ¿Cuánto es la razón de homotecia?

A) -2

B) -1/2

C) ½

D) 2



SINTESIS DE CONTENIDO: PROBABILIDAD (OA14)

Conceptos básicos

Experimento determinístico: es aquel que no depende del azar y cuyo resultado puede predecirse, siempre que el experimento se realice bajo las mismas condiciones.

Experimento aleatorio: es un experimento cuyo resultado no se puede predecir, pues es éste es incierto.

Espacio muestral (**Ω**): el espacio muestral de un experimento aleatorio es el conjunto formado por todos los posibles resultados del experimento.

Suceso o evento: es un subconjunto del espacio muestral del experimento y puede ser simple o elemental cuando tiene un solo elemento de **Ω**, compuesto cuando tiene dos o más elementos de **Ω**, seguro o cierto si contiene todos los elementos de **Ω** o imposible si no contiene elementos de **Ω**, es decir, es vacío.

Regla de Laplace o probabilidad clásica: Sea A un evento o suceso. Entonces, la probabilidad de que ocurra el evento A es

$$P(A) = \frac{\#\,\mathrm{A}}{\#\,\mathrm{B}} = \frac{casos\ favorables}{casos\ posibles};con\ 0 \leq P(A) \leq 1$$

Propiedades:

- Siempre la probabilidad varía entre 0 y 1 (0% y 100%).
- Probabilidad de un suceso seguro: 1, es decir, 1 $P(A) = 1$
- Probabilidad de un suceso imposible: 0, es decir, 0 $P(A) = 0$
- Probabilidad de un suceso contrario ($\overline{\mathrm{A}}$) Si la probabilidad de que ocurra un evento A es P(A), entonces la probabilidad de que no ocurra A es $1 - P(A)$

$$\mathrm{P}(\overline{\mathrm{A}}) = 1 - \mathrm{P(A)}$$

Suma de probabilidades: Se define como la probabilidad de que ocurra el suceso A o el suceso B. "o" $\Rightarrow \cup \Rightarrow +$

Sucesos mutuamente excluyentes: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Sucesos que NO son mutuamente excluyentes: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Producto de probabilidades: Se define como la probabilidad de que ocurra el suceso A y el suceso B. "y" $\Rightarrow \cap \Rightarrow \bullet$

$$P(A \cap B) = P(A) \bullet P(B/A)$$

Donde $P(B/A)$ es la probabilidad que ocurra el segundo evento dado que ya ocurrió A.

- Con reposición (Independientes): no influye en la cardinalidad del espacio muestral.
- Sin reposición (Dependientes): influye en la cardinalidad del espacio muestral.

Ejemplos resueltos:

1. Determina el espacio muestral del experimento "lanzar dos monedas". Como al lanzar una moneda solo es posible obtener cara o sello, el espacio muestral del experimento "lanzar dos monedas" es:

$$\boldsymbol{\Omega = \{cara - cara, cara - sello, sello - cara, sello - sello\}}$$

OBSERVACIÓN:

- Un dado está cargado cuando ha sido alterado para obtener un determinado resultado.
- La cardinalidad # de un conjunto corresponde a la cantidad de elementos que este tiene.

2. Identifica en cada caso el espacio muestral del experimento aleatorio, su cardinalidad y el suceso asociado.

a) Obtener un número par de puntos al lanzar un dado de ocho caras no cargado.

Experimento:	*Lanzar un dado de ocho caras cargado*
Espacio muestral:	$\boldsymbol{\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}}$
Cardinalidad del espacio muestral: (#)	$\#\boldsymbol{\Omega} = 8$
Suceso:	*obtener un número par de puntos*

b) Patear una pelota hacia el arco en un partido de fútbol y hacer un gol.

Experimento:	*patear una pelota de fútbol hacia el arco*
Espacio muestral:	$\boldsymbol{\Omega = \{hace\ el\ gol, no\ hace\ el\ gol\}}$
Cardinalidad del espacio muestral: (#)	$\#\boldsymbol{\Omega} = \mathbf{2}$
Suceso:	*Hacer un gol*

OBSERVACIÓN:

- La probabilidad es el grado de certeza que se tiene respecto de la ocurrencia de un suceso.

3. **Regla de Laplace :** En un experimento aleatorio, la probabilidad de ocurrencia de un suceso cualquiera puede calcularse mediante la regla de Laplace como el cociente entre el número de casos favorables y el número de casos posibles:

$$P(A) = \frac{\#\text{ A}}{\#\text{ B}} = \frac{casos\ favorables}{casos\ posibles};con\ 0 \leq P(A) \leq 1$$

OBSERVACIÓN:

▶La regla de Laplace solo se puede aplicar si $\boldsymbol{\Omega}$ está compuesto por un número finito de sucesos elementales y todos ellos son equiprobables (tienen la misma probabilidad de ocurrencia).

▶Si A es un suceso seguro, entonces $P(A) = P(\boldsymbol{\Omega}) = \mathbf{1}$, y si es un suceso imposible, entonces $P(A) = 0$.

Ejemplos resueltos : Considere el experimento "extraer una bolita al azar de una urna que contiene dos bolitas negras, tres rojas y cinco amarillas".

a. ¿Cuál es el espacio muestral de este experimento?

Como el espacio muestral $\boldsymbol{\Omega}$ está compuesto por los posibles resultados del experimento aleatorio, se tiene que $\boldsymbol{\Omega} = \{\boldsymbol{N1}, \boldsymbol{N2}, \boldsymbol{R1}, \boldsymbol{R2}, \boldsymbol{R3}, \boldsymbol{A1}, \boldsymbol{A2}, \boldsymbol{A3}, \boldsymbol{A4}, \boldsymbol{A5}\}$ Donde $N1$ y $N2$ son las bolitas negras, $R1$,$R2$ y $R3$ son las bolitas rojas y $A1$, $A2$, $A3$,$A4$ y $A5$ son las bolitas amarillas.

b. ¿Cuál es la probabilidad de los sucesos $\boldsymbol{A}$: $\boldsymbol{extraer\ una\ bolita\ roja}$,$\boldsymbol{B}$: $\boldsymbol{extraer\ una\ bolita\ negra}$ y $\boldsymbol{C}$: $\boldsymbol{extraer\ una\ bolita\ amarilla}$?

Como $\#\boldsymbol{\Omega} = 10$ (finito) y los sucesos (simples) del espacio muestral son equiprobables, es posible aplicar la regla de Laplace para calcular la probabilidad de un suceso. Así, se obtiene

Suceso	Casos favorables	Casos posibles	Probabilidad
A	3	10	$\frac{3}{10} = 0{,}333$
B	2	10	$\frac{2}{10} = 0{,}2$
C	5	10	$\frac{5}{10} = 0{,}5$

c. ¿Cuál es la probabilidad del suceso $\boldsymbol{D}$: $\boldsymbol{extraer\ una\ bolita\ roja\ o\ amarilla}$?
Respuesta: Como $\#\boldsymbol{\Omega} = 10$ y hay ocho bolitas entre rojas y amarillas, se tiene que $\#D = 8$. Así, se tiene $P(D) = \frac{8}{10} = 0{,}8$.

d. **¿Cuál es la probabilidad del suceso $\boldsymbol{E}$: $\boldsymbol{exraer\ una\ bolita\ roja,\ negra\ o\ amarilla}$?**.
Respuesta: E es un suceso seguro ya que al extraer una bolita esta puede ser roja, negra o amarilla, luego $P(E) = 1$.

e. **¿Cuál es la probabilidad del suceso $\boldsymbol{F}$: $\boldsymbol{extraer\ una\ bolita\ verde}$? Respuesta:** F es un suceso imposible ya que en la urna no hay bolitas verdes, luego $P(F) = 0$.

Instrucciones: A continuación usted encontrará preguntas de selección múltiple. Lea atentamente, resuelva y **ENCIERRE EN UN CíRCULO** la letra de la alternativa correcta.

1 **OA14**

¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar el dado se obtenga un número menor que 3 y que sea par?

A) $\frac{1}{2}$

B) $\frac{1}{6}$

C) $\frac{2}{6}$

D) $\frac{3}{6}$

2 **OA14**

Se lanza un dado común de seis caras, como el de la figura.

¿Cuál es la probabilidad que salga un número impar, mayor que 3 y menor que 5?

A) $\frac{0}{6}$

B) $\frac{1}{6}$

C) $\frac{3}{6}$

D) $\frac{5}{6}$

3

En una bolsa con bolitas $\frac{1}{6}$ son verdes, $\frac{1}{12}$ son amarillas, $\frac{1}{2}$ son blancas y $\frac{1}{4}$ son azules. Si alguien mete la mano a la bolsa y saca una bolita sin mirar ¿de qué color es más probable que saque?

A) Blanca
B) Azul
C) Verde
D) Amarilla

4 **OA14**

En una bolsa hay 4 fichas numeradas del 1 al 4. Se sacan al azar dos fichas y se registra el número, ¿Cuál es la probabilidad que salga el 23 o el 32?

A) $\frac{2}{6}$

B) $\frac{1}{6}$

C) $\frac{2}{4}$

D) $\frac{1}{4}$

5 **OA14**

Se lanza un dado normal de 12 caras, como el de la imagen.

¿Cuál es la probabilidad que salga un número primo mayor que 3 y menor que 11?

A) $\frac{2}{12}$

B) $\frac{3}{12}$

C) $\frac{5}{12}$

D) $\frac{7}{12}$

6	OA14

Ignacio juega con un dado no cargado y gana si sale 3 ó 6. ¿Cuál es la probabilidad que gane?

A) $\frac{6}{2}$
B) $\frac{1}{6}$
C) $\frac{2}{6}$
D) $\frac{2}{3}$

7	OA14

La probabilidad de ganar un premio de Roxana es $\frac{1}{4}$ y la de Tirso es $\frac{2}{3}$. ¿Quién tiene más probabilidades de ganar?

A) Tirso.
B) Roxana.
C) Cualquiera de los dos.
D) No se puede determinar.

8	OA14

Entre los alumnos de 2° medio se sorteará un libro de poemas. Si en el curso hay 18 hombres y 20 mujeres, ¿cuál es la probabilidad de que el ganador del libro sea hombre?

A) $\frac{1}{8}$
B) $\frac{1}{38}$
C) $\frac{18}{38}$
D) $\frac{18}{20}$

9	

La probabilidad de que salga “cara” al lanzar una moneda es $\frac{1}{2}$. Esto significa que:

A) por cada 2 veces que sale cara, una vez sale sello.
B) en cada lanzamiento puede salir cara o sello
C) si se lanza 2 veces la moneda, 1 vez saldrá cara y la otra sello.
D) si se lanza 2 veces la moneda, al menos 1 vez saldrá cara.

Lee con atención y responde las preguntas **10** y la **11**:

Para la fiesta de fin de año del Liceo Rucamahuida, cada curso vendió entradas, recaudándose un total de $1.300.000. En el siguiente cuadro se presenta el número de entradas que vendió cada curso

	1° medio	2° medio	3° medio	4° medio
N° de entradas vendidas	165	160	125	150

Durante la fiesta se realizará una rifa en la que participarán las 600 entradas vendidas.

10 **OA14**

¿Cuál es la probabilidad de que en la rifa gane el premio una persona que compró su entrada al 2° año medio?

A) $\frac{1}{160}$

B) $\frac{160}{600}$

C) 160

D) $\frac{1}{600}$

11

Según los datos de la tabla ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **falsa**?

A) Entre los cuatro cursos se vendieron 600 entradas.
B) El cuarto año medio vendió una de cada cuatro entradas.
C) Los terceros y cuartos medios vendieron 50 entradas menos que los primeros y segundos medios.
D) El cuarto medio vendió el 20% de las entradas.

12

José y Daniel juegan a lanzar una moneda. José dice: “Si lanzo dos veces seguidas una moneda al aire tengo más probabilidades de obtener 2 veces cara, que si la lanzo 3 veces”. Daniel dice que José está equivocado. ¿Quién tiene la razón?

José ___________________________

Daniel __________________________

¿Por qué? Justifica tu respuesta y muestra tus cálculos:

13

En cada una de las 6 caras de un cubo se ha dibujado un triángulo o un rectángulo. Si el cubo se lanza, la probabilidad que caiga con un triángulo hacia arriba es $\frac{1}{3}$. ¿En cuántas caras se ha dibujado un triángulo?

A) En 1
B) En 2
C) En 3
D) En 4

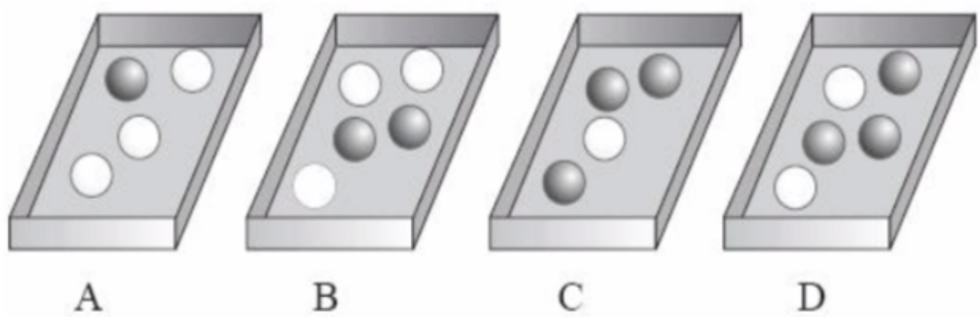
14

De una partida de 3000 ampolletas, 100 fueron seleccionadas al azar y probadas. Si se encontró que 5 de las ampolletas de la muestra eran defectuosas, ¿cuántas ampolletas defectuosas se espera que haya en la partida completa de ampolletas?

A) 15
B) 60
C) 150
D) 300

15

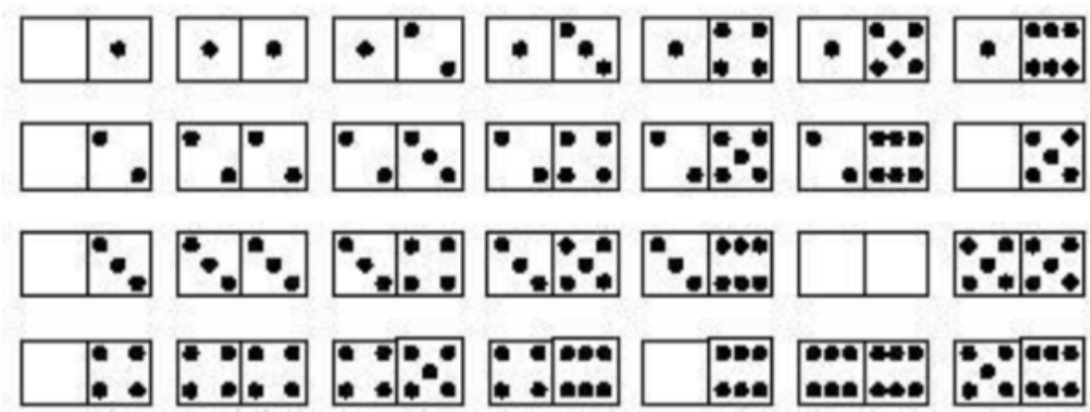
¿En cuál de estas cajas hay más probabilidad de sacar sin mirar una ficha negra?



A) Caja A
B) Caja B
C) Caja C
D) Caja D

16

El juego del dominó consta de 28 fichas que se muestran a continuación:

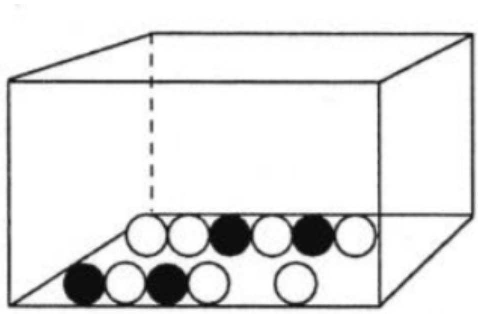


En este juego, a aquellas fichas que tienen el mismo número de puntos o que no tienen puntos a ambos lados de la raya divisoria de cada ficha, se les llama “chancho”.
¿Cuál es la probabilidad que una persona saque al azar un “chancho”?

A) $\frac{7}{21}$ B) $\frac{7}{28}$ C) $\frac{6}{28}$ D) $\frac{1}{28}$

17

En la caja que aparece en el dibujo hay bolitas blancas y bolitas negras. Para que la probabilidad de sacar una bolita negra sea de $\frac{1}{2}$:



1. ¿Sacarías o agregarías bolitas?

Respuesta: ____

2. ¿Cuántas y de qué color?

Respuesta: ____

Justifica las respuestas dadas a las preguntas 1 y 2: