Centro Educacional Fernando de Aragón
Departamento de Matemática 2021
Profesor Lucas Gómez Vargas

IV medio 2021
Matemáticas
GUIA Nº2

Guía para el aprendizaje Nº2

Nombre de alumno/a: ______________________________ Curso: __________

Asignatura: **Matemáticas** Nivel: **IV medio**
Unidad: **Estadística y probabilidades** Contenido: **Probabilidad condicional**
Objetivo de aprendizaje: *Tomar decisiones en situaciones de incerteza que involucren el análisis de datos estadísticos con medidas de dispersión y probabilidades condicionales*.

Instrucciones:
En los próximos días deberás resolver la guía, la cual te ayudará para prepararte para la prueba del mes. Debes hacer tus consultas al profesor, a continuación se presentan el correo electrónico para que puedas ponerte en contacto con el docente.

Profesora Nataly González *Nataly.gonzalez@colegiofernandodearagon.cl*
Profesora Carmen Sánchez *Carmen.Sanchez@colegiofernandodearagon.cl*
Profesor Daniel Rocha *Daniel.rocha@colegiofernandodearagon.cl*
Profesor Lucas Gómez *Lucas.gomez@colegiofernandodearagon.cl*
Profesor Patricio Núñez *Patricio.Nuñez@colegiofernandodearagon.cl*
Profesor Rodrigo Paredes *Rodrigo.Paredes@colegiofernandodearagon.cl*

Probabilidades

Lección I. Probabilidad clásica

Aprende 1. ¿Qué es la probabilidad?

La probabilidad es una disciplina matemática que interfiere en diversas áreas del conocimiento, desde la música a la física, y también en los fenómenos cotidianos como la predicción meteorológica. Nos permite calcular las oportunidades que hay de que un cierto suceso ocurra o no, y a partir de esto, predecir, con mayor o menor exactitud, lo que puede suceder.

Está ligada a la estadística, aunque debemos comprender que no son lo mismo, sino que, más bien, la probabilidad se vale del cálculo como herramienta, pero son disciplinas diferenciadas. En muchas ocasiones, partiendo de análisis estadísticos, los expertos utilizan la probabilidad para todo tipo de situaciones: estudiar las probabilidades que una persona tiene de contraer cáncer a una determinada edad, realizar predicciones de la situación económica de un país, estimar la probabilidad de un individuo de tener un accidente de tráfico para contratar un seguro, etc.

En cuanto a la metodología en probabilidad, existen cuatro perspectivas básicas: la clásica, la empírica, la subjetiva y la axiomática.

Aprende 2. La regla de Laplace

En la probabilidad clásica, o regla de Laplace es la suposición fundamental es que todos los resultados elementales tienen la misma probabilidad. Así la probabilidad es el cociente entre casos favorables y casos totales.

$$P(A) = \frac{casos\ favorables\ "A"}{casos\ totales}$$

Aprende 3. Definiciones

1. **Experimento aleatorio**: es el proceso que genera resultados observables. Un experimento es aleatorio si tiene más de un resultado posible de ocurrencia.
2. **Espacio muestral**: conjunto de todos los resultados elementales posibles de un experimento aleatorio. Se anota **Ω**.
3. **Evento o suceso**: una de las respuestas que puede tener un experimento aleatorio. es un subconjunto del espacio muestral. Se anotan A, B, C.
4. **Equiprobables**: sucesos que tienen la misma ponderación o chance.

Resuelve 1. Lanzamiento de un dado común

Calcula la probabilidad de éxito de cada situación que se presentan a continuación. INDICAR SU PROBABILIDAD COMO CUOCIENTE (fracción) Y DE FORMA PORCENTUAL (%) (*use hasta 2 decimales, cuando corresponda aproximar*)

1. *Lanzar un dado y obtener un número par*

Ejemplo 1. Casos totales: {1, 2, 3, 4, 5, 6} Casos favorables "A": {2, 4, 6}

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0{,}5 = 50\%$$

2. *Lanzar un dado y obtener un número primo*

3. *Lanzar un dado y obtener un número múltiplo de 3*

4. *Lanzar un dado y obtener un número divisor de 12*

Resuelve 2. Lanzamiento de dos dados

Calcula la probabilidad de éxito de cada situación que se presentan a continuación. INDICAR SU PROBABILIDAD COMO CUOCIENTE (fracción) Y DE FORMA PORCENTUAL (%) (*use hasta 2 decimales, cuando corresponda aproximar*)

5. *Lanzar dos dados y obtener 1 punto en total.*

6. *Lanzar dos dados y obtener 7 puntos en total.*

7. *Lanzar dos dados y obtener como resultado un valor par de puntos.*

8. *Lanzar dos dados y obtener como resultado un número múltiplo de 3.*

Resuelve 3. Fichas y el azar

Se dispone de una caja con fichas de colores, tiene 7 fichas rojas, 4 fichas de color azul, 6 fichas verdes y 3 fichas amarillas. Se extrae una ficha al azar.

9. *¿Cuál es la probabilidad de sacar una ficha roja?*

10. *¿Cuál es la probabilidad de sacar una ficha roja o una amarilla?*

11. *¿Cuál es la probabilidad de sacar una no azul?*

12. *¿Cuál es la probabilidad de sacar una ficha verde o azul?*

Lección II. Eventos dependientes

Aprende 4. ¿Qué se entiende como eventos dependientes?

Dos sucesos A y B son dependientes si la realización de A condiciona la realización de B, es decir, P(B/A) ≠ P(B). Entonces, Dos sucesos, A y B, son dependientes cuando la probabilidad de que suceda A se ve afectada porque haya sucedido o no B.

$$\boldsymbol{P(A \cap B) \ = \ P(A) \ \cdot \ P(B/A)}$$

Ejemplo 1. Tienes las 13 cartas de la pinta diamante en una caja

1. *Primer suceso ("A"): Obtener una carta con un número par*

   Para obtener un par en la primera carta es posible 5 opciones de un total de 13 cartas (2,4,6,8,10)

2. *Segundo suceso ("B/A"): Obtener una carta par por segunda vez*

   Para obtener un par en la segunda carta, ahora solo hay 4 opciones de 12, esto debido a que ya sacamos una carta de la caja.

Solución 1. ¿Cuál es la probabilidad de obtener 2 cartas par?

$$P(A \cap B) = \frac{5}{13} \cdot \frac{4}{12} = \frac{20}{156} = \frac{5}{39} \approx 0{,}1282 = 12{,}82\%$$

Lección III. Eventos Independientes

Aprende 5. ¿Qué se entiende como eventos independientes?

Dos sucesos A y B son independientes, si la realización de A no condiciona la realización de B, es decir, P(B/A) = P(B). Entonces dos sucesos son independientes cuando un suceso NO interfiere en el otro.

$$\boldsymbol{P(A \cap B) \ = \ P(A) \ \cdot \ P(B)}$$

Ejemplo 2. Tienes una moneda y un dado

3. *Primer suceso ("A"): Obtener un número par en el dado*

   Para obtener un par en el dado es posible 3 opciones de un total de seis (2,4,6)

4. *Segundo suceso ("B"): Obtener una cara al lanzar la moneda*

   Para obtener una cara es posible en 1 opción de un total de dos.

Solución 2. ¿Cuál es la probabilidad de obtener 2 cartas par?

$$P(A \cap B) = \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0{,}25 = 25\%$$

Resuelve 4. *Lea cada uno de los siguientes ejercicios, indique si se trabaja con eventos dependientes o independientes, luego calcule la probabilidad.*

1. *Calcular la probabilidad que al Lanzar un dado, en el primer tiro obtener un 2, segundo lanzamiento obtener un 4.*

2. *Calcular la probabilidad que en un mazo de 52 cartas, sacar dos, y que ambas sean impar corazón.*

3. *Calcular la probabilidad que en un mazo de 52 cartas, sacar tres, y que la primera sea 3 ♦ la siguiente sea 8 ♣ la ultima 4 ♥*

4. *En una sala de clases hay 30 estudiantes, 12 hombres y 18 mujeres. Se escoge 3 personas al azar. ¿Cuál es la probabilidad que se las 3 sean mujeres?*

5. *En una clínica hay 20 trabajadores, 2 hombres y 18 mujeres. Se escoge 2 personas al azar. ¿Cuál es la probabilidad que sea un hombre y una mujer?*

6. *En el colegio, el 10% de los estudiantes les gusta la clase de matemáticas, mientras que a un 35% le gusta la clase de inglés. Si se escoge un estudiante al azar ¿Cuál es la probabilidad de que le guste ambas clases?*

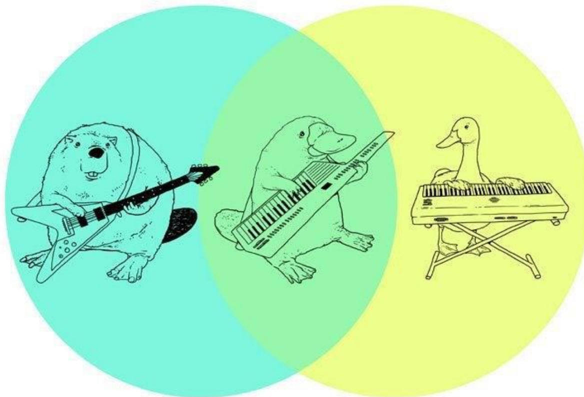
7. *En un curso de 48 estudiantes, a la mitad les fue bien en la primera prueba de lenguaje, a un tercio del curso le fue bien en la segunda, y en la última prueba a tres cuartos del curso les fue bien. ¿Cuál es la probabilidad que al escoger al azar, el estudiante le haya ido mal en las tres pruebas de lenguaje?*

8. *En un grupo hay 5 personas. Una de ellas quiere helado de chocolate, dos de ellas quieren frutillas, tres quieren barquillo, dos quieren salsa de frambuesa. ¿Cuál es la probabilidad que uno de ellos quiera los cuatro elementos?*

Lección IV. Diagrama de Venn

El diagrama de Venn es una manera de representar gráficamente conjuntos, subconjuntos, intersecciones o uniones de ellos. Normalmente para ello se utilizan óvalos o círculos, para representarlos, cada circulo es un subconjunto diferente.

A menudo es útil usar un diagrama de Venn para visualizar las probabilidades de múltiples eventos: exploraremos el uso de un diagrama de Venn para determinar las probabilidades de eventos individuales, continuaremos explorando el concepto de probabilidad condicional y cómo usar un diagrama de Venn para resolver estos problemas. También exploraremos la fórmula para la probabilidad condicional.



Aprende 6. Utilizar el diagrama de Venn

Para completar un diagrama de Venn siempre se deberá comenzar desde lo mas interior del diagrama, en aquel punto en común que tienen los grupos a trabajar, completando desde adentro hacia afuera.

Ejemplo 3. Hay 10 personas en un grupo, a 7 personas les gusta matemáticas, a 6 personas les gusta lenguaje, a 4 personas les gusta ambas asignaturas.

1. *Grupo ($A \cap B$) A y B: 4 personas les gustan ambas asignaturas*

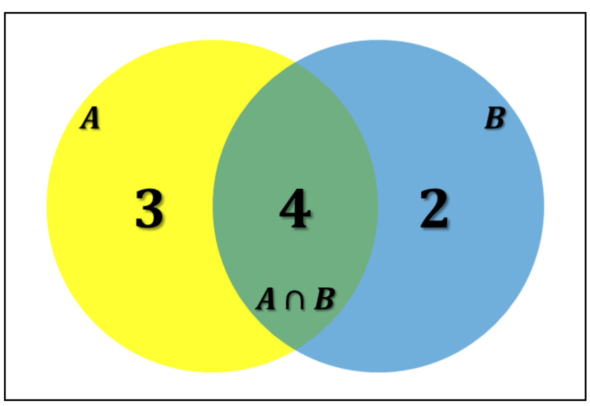
   Primero debemos indicar el grupo en que se "Combinan" ambos gustos

2. *Grupo A: 7 personas* les gusta matemáticas*

   Ya sabemos que hay 4 personas que les gusta las matemáticas (y lenguaje), por tanto solo faltan 3 personas para completar el grupo A.

3. *Grupo B: 6 personas* les gusta lenguaje*

   Ya sabemos que hay 4 personas que les gusta lenguaje (y las matemáticas), por tanto solo faltan 2 personas para completar el grupo b.



4. *Por lo tanto:*

   *Hay 3 personas que les gusta **solo** las matemáticas.*

   *Hay 2 personas que les gusta **solo** lenguaje.*

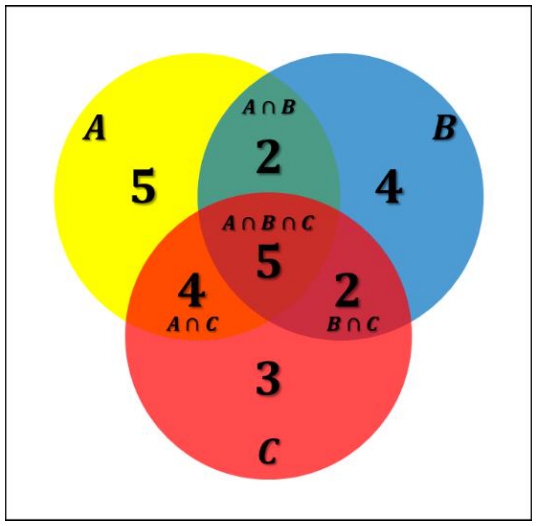
   Hay 4 personas que les gusta ambas asignaturas.

   Hay 1 persona que no le gusta las matemáticas y tampoco lenguaje.

Resuelve 5. *Observa el siguiente diagrama y responde cada una de las preguntas.*

El diagrama de Venn, presenta los gustos de 30 estudiantes, sobre los deportes que practican:

A. Practica Fútbol
B. Practica Básquetbol
C. Practica Tenis



1. *¿Cuántos practican solo fútbol?*

2. *¿Cuántos estudiantes practican tenis?*

3. *¿Cuántos practican tenis o básquetbol?*

4. *¿Cuántos estudiantes NO practican tenis?*

5. *¿Cuántos practican básquetbol y fútbol?*

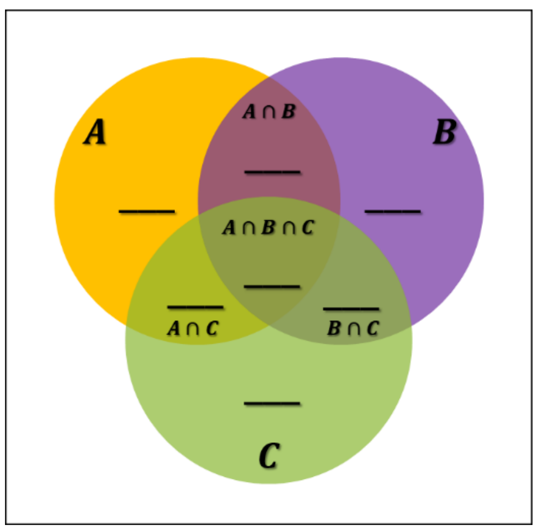
6. *¿Cuántos estudiantes practican los tres deportes?*

7. *¿Cuántos estudiantes NO practican fútbol, tenis o básquetbol?*

Resuelve 6. *A Continuación se presentará información con la cual debes completar el diagrama de Venn.*

8. *En una asamblea internacional, los asistentes se distribuyen de la siguiente manera:*

- 4 hablan inglés, francés y alemán.
- 12 hablan inglés y francés.
- 9 hablan francés y alemán.
- 7 hablan **solo** inglés y alemán.
- 21 hablan francés.
- 28 hablan inglés.
- 6 hablan **solo** alemán.



Lección V. <u>Probabilidad condicional</u>

Aprende 7. <u>¿Qué es la probabilidad condicional?</u>

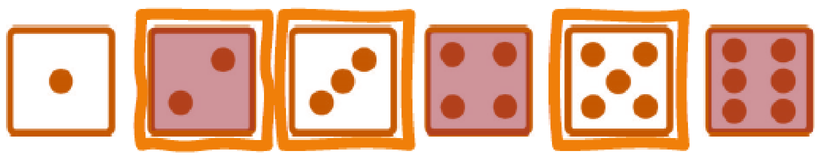
La probabilidad condicionada P(A/B) es la probabilidad de que ocurra un suceso "A" dado que ocurrió otro "B" y se calcula con la siguiente expresión:

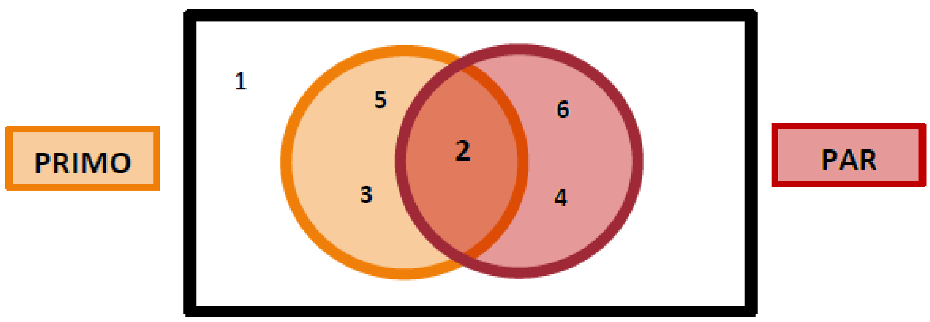
$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}, \qquad con\ P(A) \neq 0$$

Sean A y B dos sucesos de un mismo espacio muestral E.

Se llama probabilidad del suceso B condicionada al A y se representa por P(B/A). "La probabilidad que suceda "B" una vez que ha ocurrido el suceso "A"".

Ejemplo 1. **Calcular la probabilidad de obtener un *<u>número primo</u>* al tirar un dado, *<u>sabiendo que ha salido par</u>***





1. *Primer suceso ("A y B"): Obtener un numero que sea par y primo*

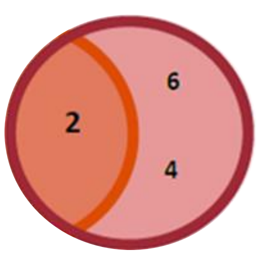
   El único número par y primo (2) de un total de 6 opciones. $\left[\frac{1}{6}\right]$

2. *Segundo suceso ("B"): Obtener número par*

   Los números pares que hay en el dado son (2,4,6) de un total de 6 opciones. $\left[\frac{3}{6}\right]$

Solución 3. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número primo, sabiendo que es par?

$$P(B\ /\ A) = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{3}{6}} = \frac{1}{6} \div \frac{3}{6} = \frac{1}{3}$$



Gráficamente, observamos solo el grupo B (números pares), por tanto nuestras posibilidades se reducen solo a 3. De ellos el único número primo es el 2. Por tanto solo nos sirve 1 de 3 opciones $\left[\frac{1}{3}\right]$

Resuelve 7. Lee atentamente cada uno de los problemas y responde

1. *Calcular la probabilidad de obtener un número par, al tirar un dado, sabiendo que ha salido un número mayor a 3.*

2. *Calcular la probabilidad de obtener un número impar, al tirar un dado, sabiendo que ha salido un número menor a 5.*

3. *En un mazo de 52 cartas, calcular la probabilidad de obtener un corazón, sabiendo que es un mono (J, Q, K)*

4. *En un mazo de 52 cartas, calcular la probabilidad de obtener un 8 ♠, sabiendo que ha salido una carta de la pinta ♠ .*

5. *En un colegio 35% de los estudiantes tienen un PlayStation, el 75% de los estudiantes han aprobado matemáticas, y la probabilidad de que tenga un PlayStation y haya aprobado matemáticas es de un 15%.*

   I. Calcular la probabilidad de que un alumno haya aprobado dado que tiene PlayStation.

   II. Calcular la probabilidad de que un alumno tenga un PlayStation, sabiendo que ha aprobado.

6. *Se realiza una encuesta a 290 personas acerca del medio de transporte que prefieren para trayectos cortos. De acuerdo con los datos del gráfico, si se elige una persona al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que prefiera bus sabiendo que es hombre?*