

Guía N°4 Matemática
I° Medio

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha: _____

Asignatura: Matemática

Unidad III. Geometría

- OA 13: Describir la posición y el movimiento (traslaciones, rotaciones y reflexiones) de figuras 2D, de manera manual y/o con software educativo, utilizando:
 - Los vectores para la traslación.
 - Los ejes del plano cartesiano como ejes de reflexión.
 - Los puntos del plano para rotaciones.
 -

Unidad IV. Estadística y probabilidades

OA 16. Evaluar la forma en que los datos están presentados:

- Comparando la información de los mismos datos representada en distintos tipos de gráficos para determinar fortalezas y debilidades de cada uno.
- Justificando la elección del gráfico para una determinada situación y su correspondiente conjunto de dato.
- Detectando manipulaciones de gráficos para representar datos.

Geometría: Transformaciones isométricas.

La palabra isometría proviene de “iso” que significa igual y “metría” que significa medir. Es por esto, que isometría significa igual medida.

Se denomina **transformación isométrica** de una figura en el plano a aquella transformación que **no** altera la forma ni el tamaño de la figura original, sólo involucra cambios de posición. Entre estas transformaciones encontramos traslaciones, rotaciones y reflexiones (o simetrías).

Según esta definición, podemos encontrar los siguientes ejemplos:



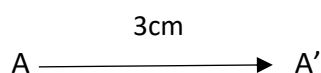
A continuación, se presenta la definición de cada uno de estos movimientos:

Traslación

Una traslación es una transformación isométrica que permite desplazar en línea recta todos los puntos de la figura. Este movimiento debe seguir una determinada dirección, sentido y distancia (magnitud), porque toda traslación queda definida con un **vector de traslación**.

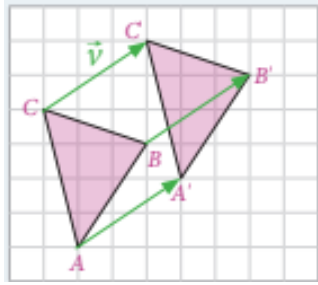
*Vector: Es un segmento dirigido, se denotan por una flecha, de la forma, \overrightarrow{AB} o \vec{v} .

El punto A se ha trasladado hasta coincidir con el punto A', donde $\overrightarrow{AA'} = \vec{v}$ es el vector de traslación.



Entonces, esta traslación se realizó en dirección horizontal, el sentido es a la derecha y la distancia o magnitud es 3 cm.

Ejemplo 1: El triángulo ABC está trasladado respecto de \vec{v} a un triángulo A'B'C'

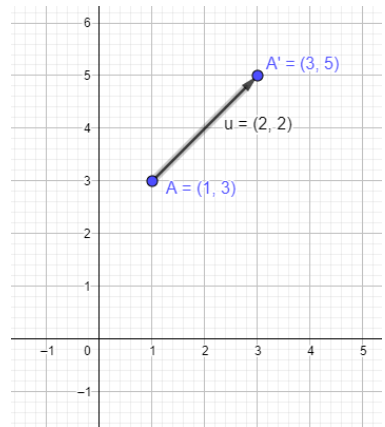


Ejemplo 2: Realizar una traslación al punto A(1,3) utilizando un vector $\vec{v} = (2,2)$

El punto dado A(1,3) lo vamos a sumar a las coordenadas del vector $\vec{v} = (2,2)$, respetando la regla de los signos y sumar las coordenadas respectivas, es decir, *x con x* e *y con y*.

Esto nos queda de la siguiente forma,

$$\begin{aligned} A(1,3) + \vec{v}(2,2) &= (1 + 2, 3 + 2) \\ &= (3, 5) \end{aligned}$$



Encontrando el valor de A'=(3,5). Puedes verificar el resultado, en la imagen.

Ejemplo 3: Realizar una traslación a la figura, aplicando un vector $\vec{u} = (-5,1)$

Sean los vértices de la figura, A(1,0) ; B(3,3) ; C(5,1). Como se muestra en la imagen.

Vamos a realizar lo mismo que en el ejemplo 2, pero ahora, con cada uno de los vértices, así encontraremos la figura imagen.

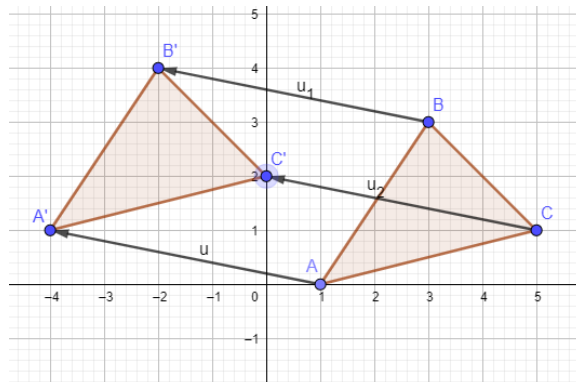
$$\begin{aligned} A(1,0) + \vec{u}(-5,1) &= (1 + (-5), 0 + 1) \\ &= (-4, 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B(3,3) + \vec{u}(-5,1) &= (3 + (-5), 3 + 1) \\ &= (-2, 4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C(5,1) + \vec{u}(-5,1) &= (5 + (-5), 1 + 1) \\ &= (0, 2) \end{aligned}$$

Luego, encontramos los vértices de la figura imagen A'B'C' que corresponde a:

A' (-4,1) B'(-2,4) C'(0,2). Verifica el resultado, observando la imagen.

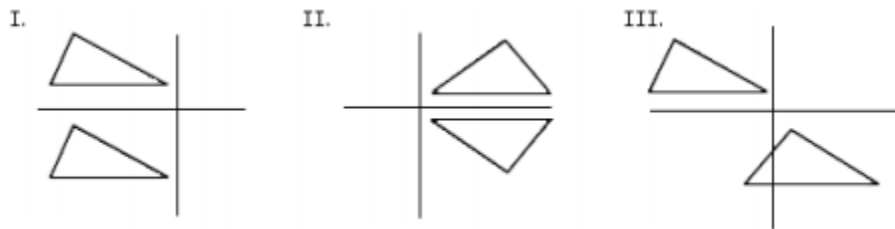


Ejercicios:

I. Aplica traslación a cada punto según lo indica el vector. (Te puedes guiar por el ejercicio a).

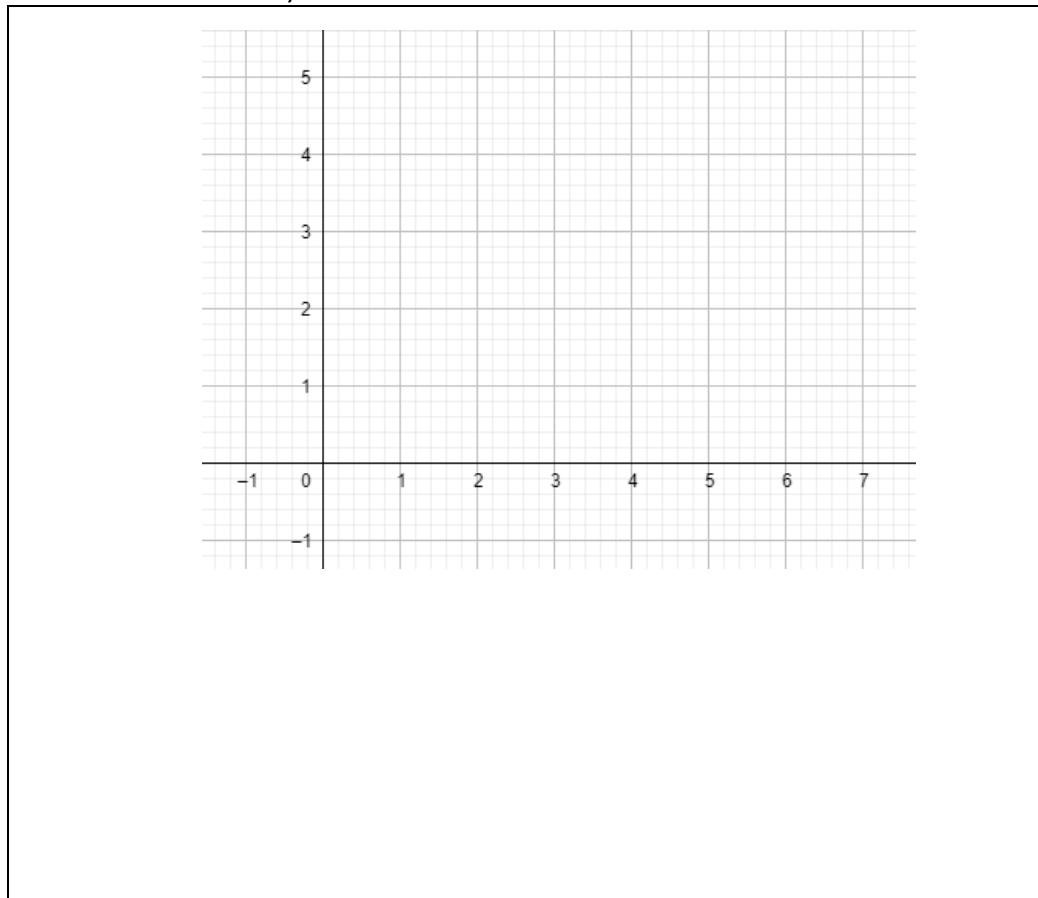
- a) $P(5,1)$ según el vector $\vec{u}(8,3)$: $(5+8, 1+3) = (13, 4)$, entonces $P'(13,4)$
- b) $Q(3,1)$ según el vector $\vec{t}(-2,1)$:
- c) $M(-1,2)$ según el vector $\vec{s}(0,-1)$:
- d) $A(-4,0)$ según el vector $\vec{r}(-1,0)$:
- e) $E(-2,-3)$ según el vector $\vec{v}(1,-3)$:

II. ¿Cuál de los siguientes casos representa una traslación? (Marca la alternativa correcta).

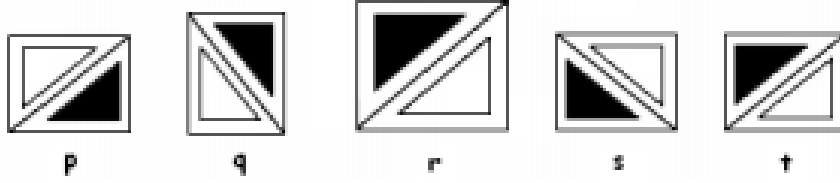


- a) Solo I
- b) Solo II
- c) I y II
- d) I y III

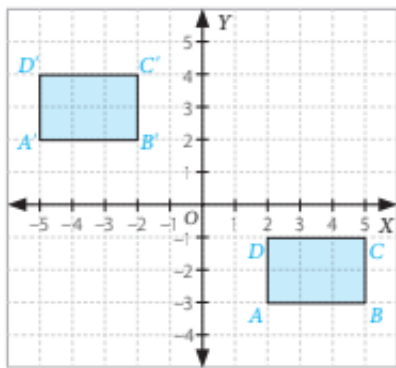
III. Al aplicar una determinada traslación al cuadrilátero ABCD, con los siguientes vértices $A(0,0)$ $B(2,2)$ $C(6,2)$ $D(4,0)$ se transforma en el siguiente cuadrilátero $A'B'C'D'$. Si sabemos que el vértice A' corresponde a $(1,3)$. ¿Cuáles son las coordenadas del vértice C? (puedes apoyarte en el plano cartesiano para encontrar el vértice C)



- IV. Si aplicamos una traslación a la figura 1. ¿Cuál figura representa dicha traslación?
(encierra la figura que corresponda)



- V. Determina el vector de traslación que ayuda a generar la imagen del rectángulo ABCD.

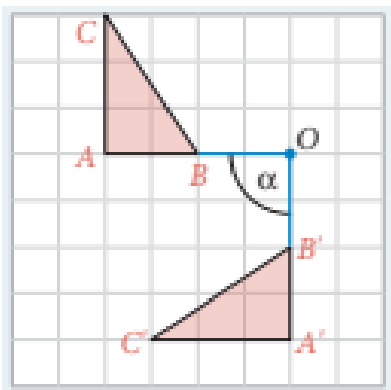


Rotación

Una rotación es una transformación isométrica en la cual todos los puntos se mueven respecto de un punto fijo llamado centro de rotación (O) en un determinado ángulo, llamado **ángulo de rotación** (α).

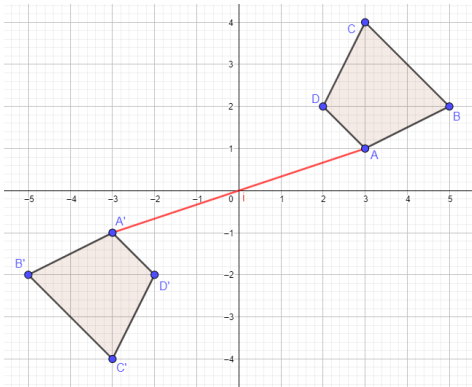
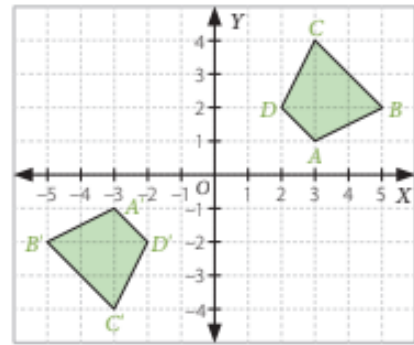
Este ángulo de rotación, puede tener sentido antihorario (positivo) o sentido horario (negativo).

Para identificar el ángulo de rotación de una figura, se une uno de los vértices de la figura original con el de la figura imagen pasando por el centro de rotación y luego se mide el ángulo que se forma.



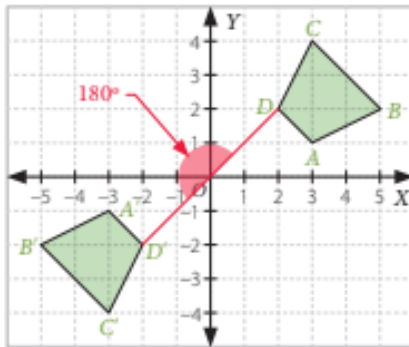
La forma en que anotaremos una rotación (R) con centro de rotación O y un ángulo α es de la forma, $R(O, \alpha)$.

Por ejemplo, en la siguiente imagen se puede observar que al cuadrilátero ABCD se le aplica una rotación que genera al cuadrilátero A'B'C'D'. Con centro de rotación O (0,0).



Lo que debes realizar para poder descubrir en cuanto fue rotada esta figura, es escoger uno de los vértices del cuadrilátero ABCD, en este caso será el vértice A y lo vamos a unir trazando una recta con el vértice correspondiente del cuadrilátero A'B'C'D' que sería el vértice A'. Pero es OBLIGACIÓN que pase por el centro de rotación, en este caso O(0,0), quedando como se muestra en la figura.

Luego, identificamos el ángulo de rotación, quedando de la forma,



Con esta imagen podemos concluir que el cuadrilátero ABCD fue rotado en 180° para generar en cuadrilátero A'B'C'D'.

En general:

Si rotamos un punto (x, y) con respecto al origen O (0, 0) en un ángulo de giro de 90° , 180° , 270° o 360° , las coordenadas de los puntos obtenidos están dados en la siguiente tabla.

Punto inicial	$R(O, 90^\circ)$	$R(O, 180^\circ)$	$R(O, 270^\circ)$	$R(O, 360^\circ)$
(x, y)	$(-y, x)$	$(-x, -y)$	$(y, -x)$	(x, y)

Por ejemplo: Aplicar $R(O, 270^\circ)$ al punto P(3,6).

*Recordemos que $R(O, 270^\circ)$, nos indica que debemos aplicar una rotación de 270° con centro de rotación en O (0,0)

Entonces,

1° Tenemos el punto P(3,6), donde reconocemos que $x=3$ e $y=6$

2° Observamos la tabla y buscamos el 270° , nos indica que el punto quedará $(y, -x)$

3° Luego, reemplazamos las coordenadas, quedando el punto P' (6, -3).

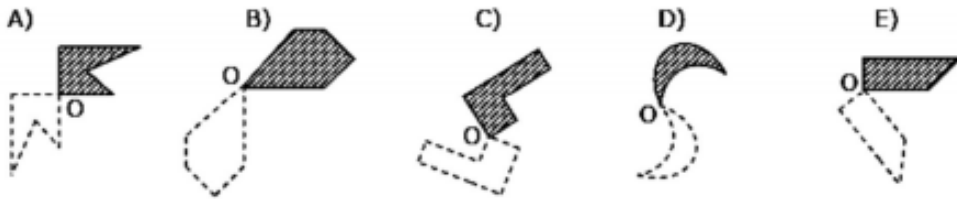
Finalmente, el punto P rotado en 270° con centro de rotación en el origen queda ubicado en P'(6,-3).

Ejercicios:

- I. Identifica cual o cuales de las siguientes transformaciones muestra una rotación de las figuras. (Encierra la o las correctas)

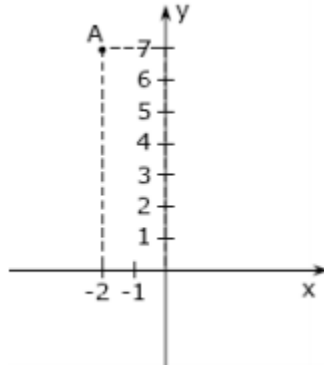


- II. ¿Cuál de las siguientes imágenes muestra la rotación de figura en negrilla?



- III. Al aplicar una rotación de centro en el origen y ángulo de 90° , en sentido antihorario, al punto A de la figura, se obtiene el punto A' cuyas coordenadas son:

- a) $A'(-2,7)$
 b) $A'(7,2)$
 c) $A'(2,-7)$
 d) $A'(-7,2)$
 e) $A'(-2,-7)$

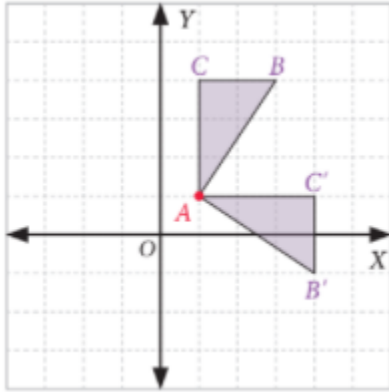


- IV. Calcular las rotaciones según se indique antihorario del reloj (utiliza la tabla)

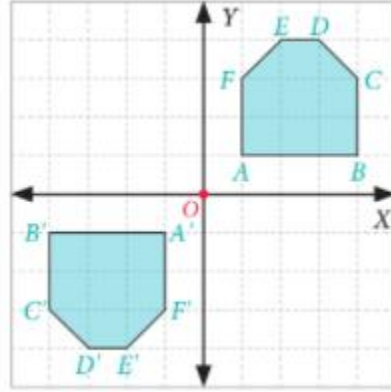
- a) Aplicar $R(O, 90^\circ)$ al punto $A(-1,3)$: Como $x=-1$ e $y=3$ y al aplicar 90° corresponde $(-y, x)$, quedando como resultado $(-3, -1)$
 b) Aplicar $R(O, 0^\circ)$ al punto $B(-4,-8)$:
 c) Aplicar $R(O, 180^\circ)$ al punto $C(5,-2)$:
 d) Aplicar $R(O, 270^\circ)$ al punto $D(-6,2)$:
 e) Aplicar $R(O, 360^\circ)$ al punto $A(1,-7)$:
 f) Aplicar $R(O, 90^\circ)$ al punto $A(-12,-8)$:

V. Determina el ángulo de rotación respecto al cual se rotaron las siguientes figuras para obtener sus imágenes. Considera el centro de rotación según corresponda en cada caso.

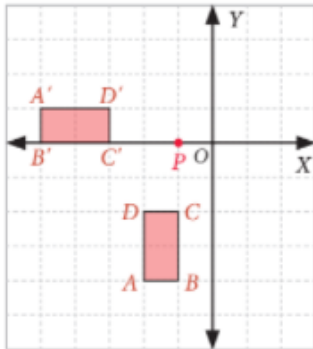
a) Centro de rotación A



c) Centro de rotación O



b) Centro de rotación P

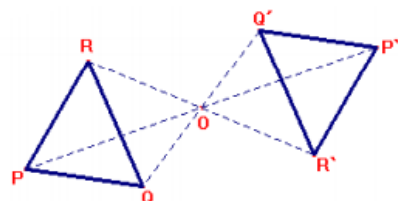
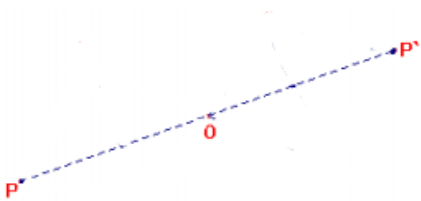


Reflexión o simetría axial

Las reflexiones o simetrías, son aquellas transformaciones isométricas que invierten los puntos y figuras del plano. Esta reflexión puede ser respecto de un punto (simetría central) o respecto de una recta (simetría axial).

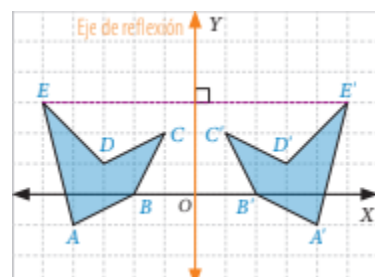
La *simetría central*, se realiza respecto a O en que lleva cada punto P del plano a una posición P' (imagen de P) de modo que P' está en la recta OP, a distinto lado con respecto a O, y $OP=OP'$.

El punto O se llama centro de simetría.



La *simetría axial*, corresponde que a cada punto de una figura se le asocia otro punto, llamado imagen. El punto y su imagen deben estar a igual distancia de una recta llamada eje de reflexión o de simetría y el segmento que une el punto con su imagen debe ser perpendicular a ella.

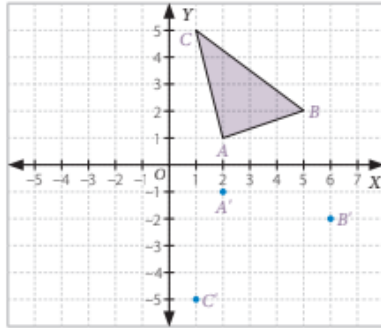
Por ejemplo, el pentágono ABCDE se le aplicó una reflexión con respecto al eje Y en el plano cartesiano.



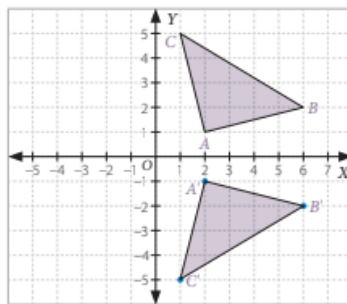
Veamos otro ejemplo, realizaremos una reflexión al triángulo ABC, de vértices A(2, 1), B(5, 2) y C(1,5), con respecto al eje X.

1° Ubicamos los puntos del triángulo en el plano cartesiano.

2° Ubicamos los puntos imágenes (A'B'C') de ABC respecto del eje X.



3° Luego, unir los puntos A'B'C' que es la imagen del triángulo ABC, quedando de la forma,

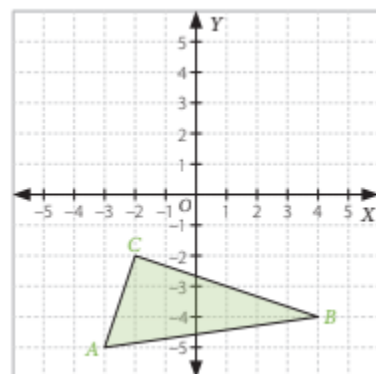
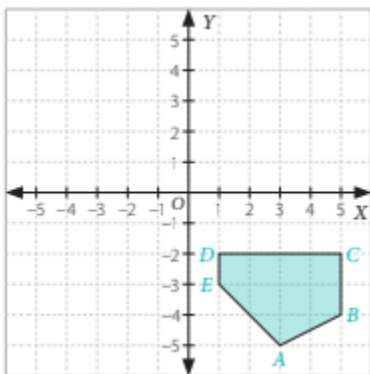


Ejercicios:

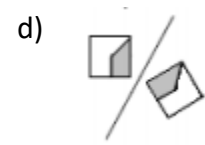
I. Realizar las siguientes reflexiones.

a) Refleja el pentágono ABCDE respecto del eje X.

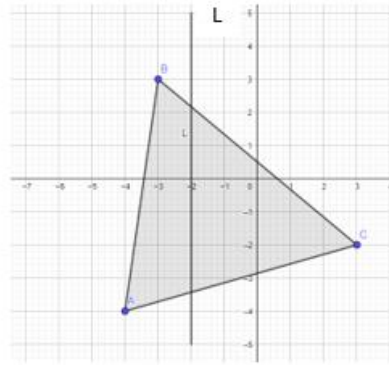
b) Refleja el triángulo ABC respecto del eje X.



II. ¿En cuál de los siguientes casos se verifica la reflexión con respecto a L (recta)?



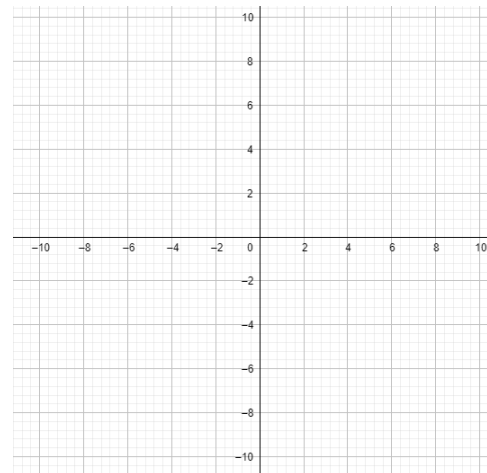
- III. Al triángulo ABC de la figura, se le aplica una simetría (reflexión) respecto a la recta L (paralela al eje y). Entonces, las coordenadas del vértice C se transforman en:



- a) (3,2)
b) (-3,2)
c) (-7,2)
d) (-7,-2)
e) No se puede calcular

- IV. En el siguiente sistema de coordenadas. Representa los puntos A(3,-2), B(-5,7), C(2,-9) y D(0,6) luego dibuja los simétricos según corresponda.

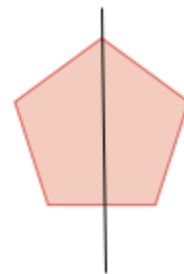
- a) El simétrico de A con respecto al eje X es A'(,)
b) El simétrico de B con respecto al eje Y es B'(,)
c) El simétrico de C con respecto al origen C'(,)
d) El simétrico de D con respecto al eje X es D'(,)



- V. Una línea de simetría divide a una figura en dos partes simétricas. Encuentra la o las líneas de simetría en las siguientes figuras.

Por ejemplo si tenemos un pentágono, podemos trazar la línea de simetría para dividir la figura en dos partes iguales.

Usted realice los mismo con las siguientes figuras.



a)



b)



c)



Estadística: Representación de datos.

La estadística es una rama de la matemática que proporciona un conjunto de herramientas necesarias para la recolección, tabulación, presentación, análisis e interpretación de la información (interpretación de datos), obtenida de estudios y encuestas.

Algunas de las herramientas que nos proporciona la estadística son las tablas de frecuencia, gráficas y medidas de tendencia central: moda, promedio y mediana.

Representaciones gráficas

En estadística, es frecuente utilizar representaciones visuales complementarias de las tablas que resumen los datos de estudio. Tienen por objetivo informar, transmitir resultados y que su análisis sea de una forma más rápida, directa y comprensible para un conjunto de personas.

Tipos de representaciones:

- **Gráfico de barra:** Se utiliza para comparar las frecuencias de variables cualitativas o cuantitativas discretas. Pueden ser de barras simples o múltiples en que cada una de las barras representa una frecuencia.

Ejemplo:



En la definición hay algunos conceptos que explicamos a continuación para que lo puedas comprender mejor.

Frecuencia: Es el número de veces en que dicho evento se repite durante un experimento o muestra estadística. Si lo vemos en el ejemplo, podemos indicar que 8 personas escogen el fútbol como deporte favorito.

Variables cualitativas: es un tipo de variable que describe las cualidades, circunstancias o características de un objeto o persona, sin hacer uso de números. Por ejemplo, los gustos del deporte favorito de las personas. Variables: fútbol, básquetbol, tenis y atletismo.

Variable cuantitativa discreta: es un tipo de variable que otorga un valor exacto. De esta manera, dichas variables solo pueden adquirir un valor en números enteros. Por ejemplo, si pregunto ¿cuántos perros tiene cada persona entrevistada?, las posibles respuestas pueden ser 1, 2, 3, etc. (resultado numérico y entero).

Desventaja del gráfico de barra:

- Puede ser poco preciso en la información que entrega.
- Los diagramas de barra no se pueden utilizar si los valores a representar son muy diferentes entre sí. Por ejemplo, si los valores son 1, 2, 0.0001 y 10.000 (la diferencia valórica entre ellos es muy amplia)

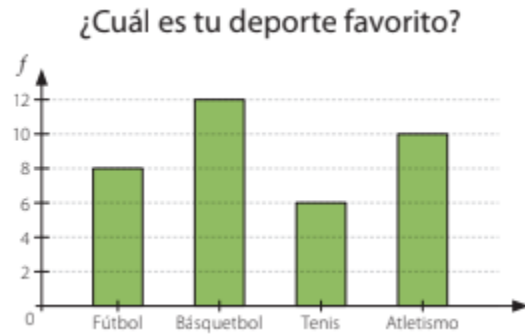
Ejemplo: Responder las siguientes preguntas según la información proporcionada por el gráfico de barra

1.- ¿Cuántas personas indican que su deporte favorito es el básquetbol y el atletismo?

R: serían 22 personas (12 básquetbol más 10 que prefieren atletismo).

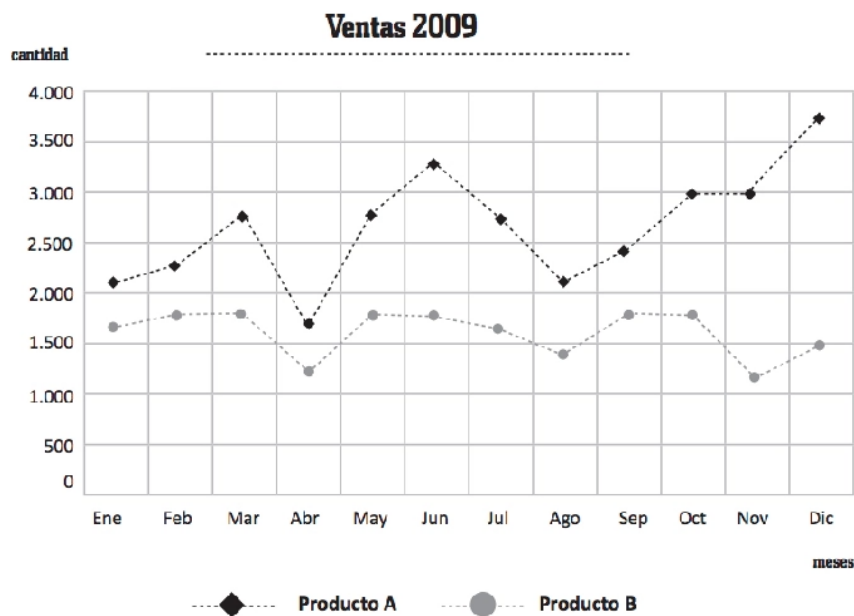
2.- ¿Cuántas personas fueron consultadas por su deporte favorito?

R: 36 personas (sumamos 8 fútbol, 12 básquetbol, 6 tenis y 10 atletismo).



- **Gráfico de líneas:** El gráfico de línea se utiliza para mostrar cómo cambia una variable con el correr del tiempo. En este tipo de gráfico un conjunto de puntos es conectado por medio de líneas rectas que, entre todas, logran mostrar la dinámica más o menos regular del comportamiento de algo en relación con otra variable.

Ejemplo:



Algunas de las lecturas que podemos realizar de este gráfico son:

- Se vendieron en general menos cantidades del producto B.
- El producto A se vendió mas en el mes de diciembre.
- En abril el producto A tuvo la mayor caída en sus ventas.

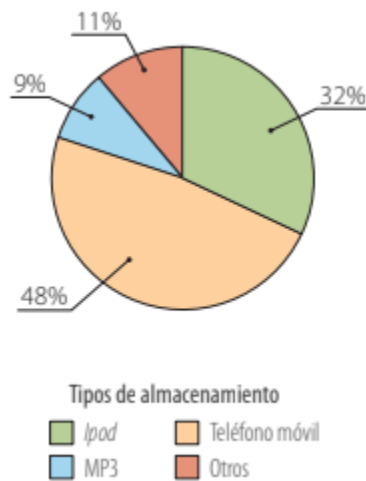
Desventajas del gráfico de líneas:

- Usar más de unas cuantas líneas hace que sea confuso y dificulta su comprensión. Por este motivo, se debe evitar el uso de dos o tres medidas.

- **Gráfico circular:** cada sector representa un valor de la variable expresado como un porcentaje. En general, este tipo de gráficos se utilizan para saber cómo se comporta una variable respecto de un todo.

Ejemplo: Se realizó una encuesta a 300 estudiantes de un colegio sobre los dispositivos de almacenamiento de música que más utilizan. La información obtenida se representó en el siguiente gráfico.

Dispositivos de almacenamiento de música



¿Cuántos estudiantes prefieren almacenar su música en un Ipod o en un MP3?

Primero: calculamos los porcentajes que corresponden

Ipod: es un $32\% = \frac{32}{100} \cdot 300 = 96$, entonces, 96 estudiantes almacenan música en su ipod.

MP3: es un $9\% = \frac{9}{100} \cdot 300 = 27$, entonces, 27 estudiantes almacenan música en su MP3.

Segundo: sumamos ambos resultados, ya que la pregunta dice ipod o MP3, entonces,

$$96 + 27 = 123$$

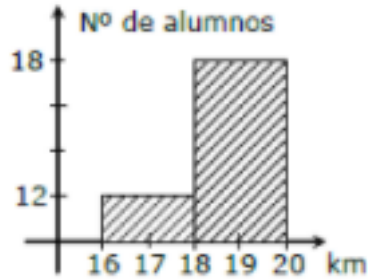
Luego, 123 estudiantes almacenan música en un ipod o en un MP3

Desventaja del gráfico circular:

- Como la gráfica circular usa porcentajes para ilustrar valores numéricos, no se dan figuras específicas. La gráfica ofrece una simple visión general de la información en un formato fácil de leer, pero no da información precisa o deja espacio para más información.

- **Histograma:** es un gráfico por barras continuas, donde cada una representa un intervalo de valores. Sirve para expresar información sobre datos que están agrupados.

Ejemplo: En el siguiente histograma se muestra la cantidad de estudiantes versus cuantos kilómetros caminan hacia su colegio que sería entre 16 -18 km y 18-20km. ¿Qué información podemos inferir de esta representación gráfica?



A partir de la información del histograma, podemos inferir:

- 12 estudiantes recorren entre 16 y 18 km para ir a su colegio.
- 18 estudiantes recorren entre 18 y 20 km para ir a su colegio.
- Los estudiantes que fueron encuestados son 30 en total.

Desventajas del histograma:

- No permite graficar diferentes variables.
- Se requiere de muchos datos.

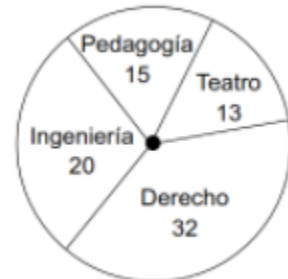
Ejercicios: Marca la alternativa correcta

1. ¿Cuál de los siguientes enunciados representa una variable cualitativa?

- Número de ventanas de un edificio
- Edades de los alumnos de un colegio
- Profesiones de los habitantes de una comuna
- Salario obtenido por los trabajadores de una empresa
- Temperaturas alcanzadas en el mes de mayo

2. El gráfico circular muestra las preferencias de un grupo de estudiantes en carreras universitarias. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) **FALSA(S)**? (Considere los datos en porcentajes)

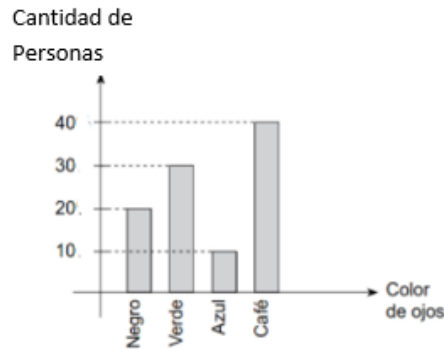
- El 15% de los estudiantes prefiere la carrera de pedagogía.
- El 28% de los estudiantes escoge pedagogía o teatro.
- El 48% de los estudiantes escoge pedagogía o teatro o derecho.
- El 52% de los estudiantes escoge ingeniería o derecho.



3. El siguiente gráfico de barra representa la cantidad de personas que tiene un determinado color de ojos. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I. Más de la mitad del grupo NO tiene los ojos de color café
- II. En el grupo de 100 personas, hay 20 personas con ojos de color negro.
- III. El número de personas con ojos de color café es el doble del número de personas con ojos de color negro.

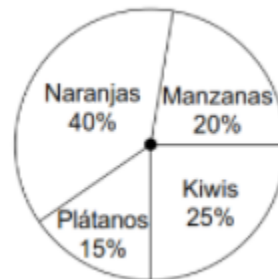
- a) Solo I
- b) Solo II
- c) Solo III
- d) Solo I y II
- e) I, II y III



4. El gráfico muestra la distribución del peso de la fruta que transporta un camión. ¿Cuál (es) de las siguientes afirmaciones es (son) FALSA(S)?

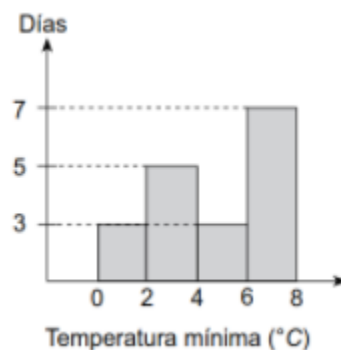
- I. El total del peso de manzanas y plátanos supera el peso de las naranjas.
- II. El total del peso de las manzanas y kiwis es igual al total del peso de naranjas y plátanos.
- III. Si el peso total de la fruta es de 800Kg. Entonces hay 120 Kg. de plátanos.

- a) Solo I
- b) Solo III
- c) Solo I y II
- d) I, II y III
- e) Ninguna de ellas.

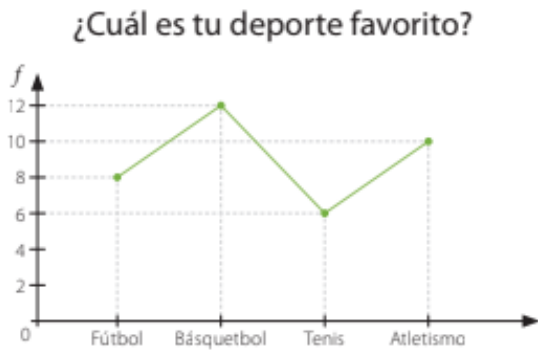


5. En el gráfico adjunto, se muestra el resultado de la medición de la temperatura mínima durante días consecutivos. Marca la alternativa correcta.

- a) 3 días la temperatura mínima estuvo entre 2° y 4°C
- b) 3 días la temperatura mínima estuvo entre 6° y 8°C
- c) 5 días la temperatura mínima estuvo entre 6° y 8°C
- d) 7 días la temperatura mínima estuvo entre 6° y 8°C
- e) No entrega una información clara.



6. Para la creación de los talleres del colegio se les preguntó a los estudiantes cuál es su deporte favorito. Los datos se representaron en el siguiente gráfico. ¿Consideras que fue una buena elección este gráfico para la información entregada? Si piensas, que no es el más apropiado, ¿Cuál utilizarías?



R: _____

7. Actividad: Según la tabla entregada:

- crea el gráfico más apropiado para representar la información.

Recuerda colocarle un título y que la información sea clara y precisa.

“La tabla muestra la cantidad de horas de sueño diarias de un grupo de personas”

Horas de sueño	Frecuencia
6	10
7	10
8	8
9	2

Responde:

- ¿Cuántas personas fueron encuestadas?
- ¿Cuántas personas duermen 8 horas diarias?
- La mayoría de las personas encuestadas ¿Cuántas horas duermen?