Centro Educacional Fernando de Aragón
Departamento de Matemática 2021
Profesor Leandro Gutiérrez Barra

IV medio 2021
Matemáticas
GUIA Nº4

Guía para el aprendizaje Nº4

Nombre de alumno/a: ______________________________ Curso: __________

Asignatura: **Matemáticas** Nivel: **IV medio**
Unidad: **Álgebra y funciones** Contenido: **Función Logarítmica**
Objetivo de aprendizaje: *Aplicar modelos matemáticos que describen fenómenos o situaciones de crecimiento y decrecimiento, que involucran las funciones exponencial y logarítmica, de forma manuscrita, con uso de herramientas tecnológicas y promoviendo la búsqueda, selección, contrastación y verificación de información en ambientes digitales y redes sociales.*

Instrucciones:
En los próximos días deberás resolver la guía, la cual te ayudará a prepararte para la prueba del mes. Debes hacer tus consultas al profesor, a continuación se presenta el correo electrónico para que puedas ponerte en contacto con el docente.

Profesor Daniel Rocha ***Daniel.Rocha@colegiofernandodearagon.cl***
Profesor Lucas Gómez ***Lucas.Gomez@colegiofernandodearagon.cl***
Profesor Patricio Núñez ***Patricio.Nuñez@colegiofernandodearagon.cl***

Funciones logarítmicas

Lección I. Logaritmos

Aprende 1. Recordemos potencias

Después de haber estudiado potencias como la siguiente

$$10^4 = 10000$$

Supongamos que quieres encontrar una potencia a la cual elevar al número 10 y que el resultado sea 10000, tal como está escrito abajo.

$$10^x = 10000$$

¿Podrías despejar la letra 'x' de dicha ecuación?

Si nos planteamos este problema, hay una solución.

En las matemáticas existe una operación que nos ayudará a resolver este problema, el logaritmo, una operación que busca el exponente de algún número.

$$\log_{10} 10000 = x$$

Como vimos anteriormente 10 elevado a 4 es 10000 y esta es la respuesta.

$$\log_{10} 10000 = 4$$

Ejemplos

$$10^4 = 10000 \quad \Rightarrow \quad \log_{10} 10000 = 4$$

$$3^2 = 27 \quad \Rightarrow \quad \log_3 27 = 2$$

$$2^5 = 32 \quad \Rightarrow \quad \log_2 32 = 5$$

Aprende 2. **Logaritmos**

Podemos expresar la notación logarítmica de la siguiente forma:

$$log_a\, x = y$$

Donde:

- a es la base
- x es el resultado deseado (también conocido como argumento)
- y es la potencia a la que se eleva la base a

Propiedades

A. $\boldsymbol{log_a 1 = 0}$

B. $\boldsymbol{log_a\, a = 1}$

C. $\boldsymbol{log_a(x \cdot y) = log_a\, x + log_a\, y}$

D. $\boldsymbol{log_a\left(\frac{x}{y}\right) = log_a\, x - log_a\, y}$

E. $\boldsymbol{log_a(x^y) = y \cdot log_a\, x}$

Resuelve 1.

Transforma las siguientes potencias a logaritmos

Ejemplo: a) $3^4 = 81 \rightarrow log_3\, 81 = 3$	b) $4^4 = 256$
c) $6^3 = 216$	d) $2^4 = 16$

Resuelve 2.

Transforma los siguientes logaritmos a potencias.

Ejemplo: a) $log_5\, 125 = 3 \rightarrow 5^3 = 125$	b) $log_7\, 49$
c) $log_2\, 64 = 6$	d) $log_{10}\, 1000 = 3$

Resuelve 3.

Resuelve los siguientes logaritmos.

a) $log_8\, 512$ Nos preguntamos: "¿8 elevado a qué número resulta 512?"
Sabemos que $8 \cdot 8 = 64$ y luego $64 \cdot 8 = 512$
entonces $8 \cdot 8 \cdot 8 = 512 \ \rightarrow 8^3 = 512$
Por lo tanto $log_8\, 512 \ = 3$
Respuesta: 3

b) $log_5\, 25$

c) $log_4\, 64$

d) $log_3\, 243$

Resuelve 4.

Resuelve los siguientes logaritmos utilizando propiedades de logaritmos.

a) $log_3\, 81^9 \ = 9 \cdot log_3 81$
Utilizamos la propiedad $log_a\,(x^{\,y}) = y \cdot log_a\, x$
Luego $9 \cdot log_3 81 = 9 \cdot (4) \ = 36$

b) $\log_8\,(512 \cdot 64)$

c) $\log_4\left(\frac{16}{64}\right)$

d) $\log_{144} 1$

e) $\log_{64} 64$

Lección II. Estudio del aspecto gráfico de la función

Al igual que la función exponencial, existe la función logarítmica la cual escribiremos.

$$\boldsymbol{f(x) = log_a\, x}$$

"a" siendo una constante positiva distinta de 1.

Aprende 3. Análisis de la función

Cuando trabajamos funciones logarítmicas, la base del logaritmo debe ser positivo diferente de 1, es decir, podemos tomar cualquier número mayor a 0 menos el 1 como base.

Ejemplos:

$g(x) = log_3\, x$ $h(x) = log_{\,0.5}\, x$ $f(x) = log_{\,\frac{2}{3}}\, x$

Esto se traduce como:

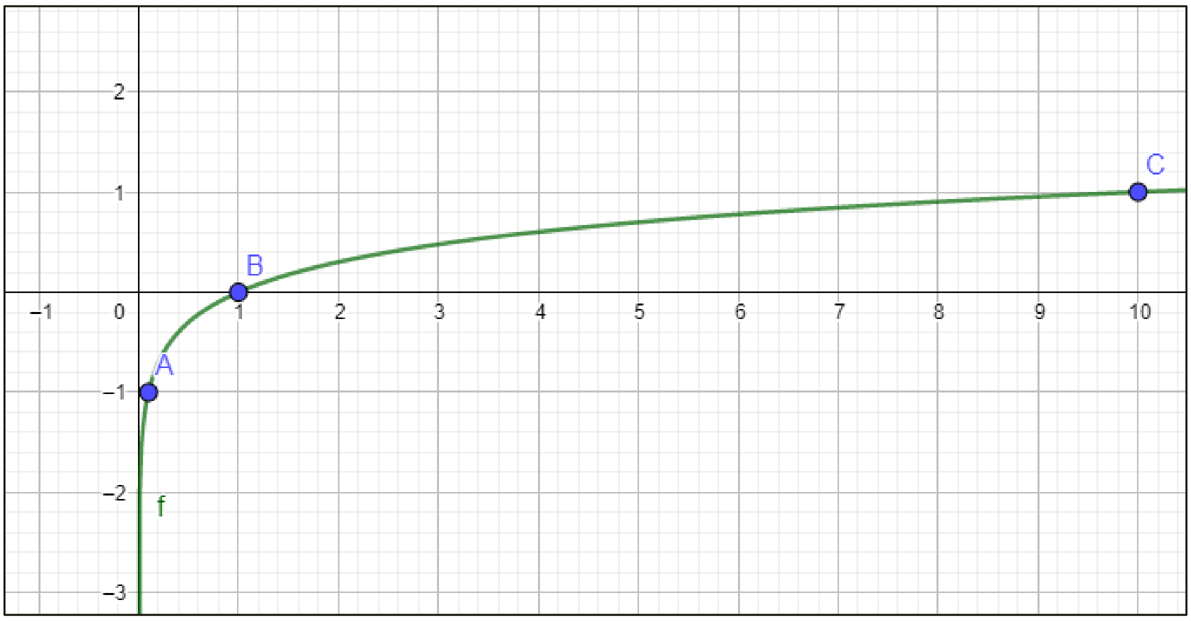
Dom $f(x)$ = $]0, \infty]$ (no toma el 0).
Rec $f(x)$ =$] - \infty, \infty[$

Aprende 4. Gráfica

Para graficar la función logarítmica debemos completar la tabla.
Si tomamos la función $f(x) = log_{10}\, x$

<table>
<tr><th>$\boldsymbol{x}$</th><th>$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$</th><th></th></tr>
<tr><td>$\frac{1}{10}$</td><td>-1</td><td rowspan="3">$f(1) = log_{10}\, 1 = 0$
$f(10) = log_{10}\, 10 = 1$
$f(100) = log_{10}\, 100 = 2$</td></tr>
<tr><td>1</td><td>0</td></tr>
<tr><td>10</td><td>1</td></tr>
</table>

Luego para graficar dibujamos los puntos en la gráfica y unimos los puntos de la siguiente forma.

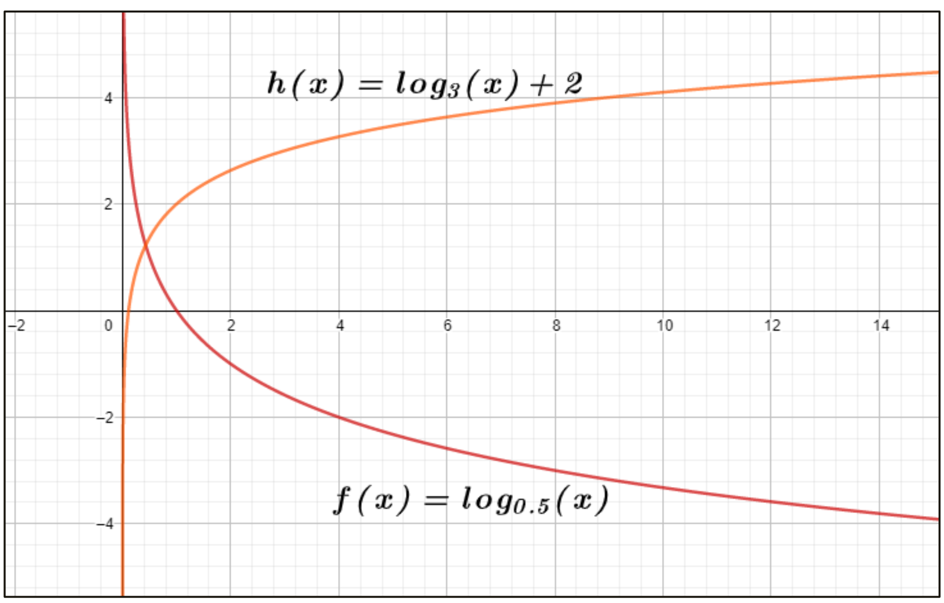


Aprende 5. Crecimiento o decrecimiento

Podemos identificar el crecimiento de la función logarítmica dependiendo del valor de la base que se le anteponga al logaritmo, si $0 < a < 1$la función es decreciente y si $1 < a$ la función es creciente.

$h(x) = log_3\,(x) + 2$ es creciente

$f(x) = \ log_{0.5}\,(x)$ es decreciente



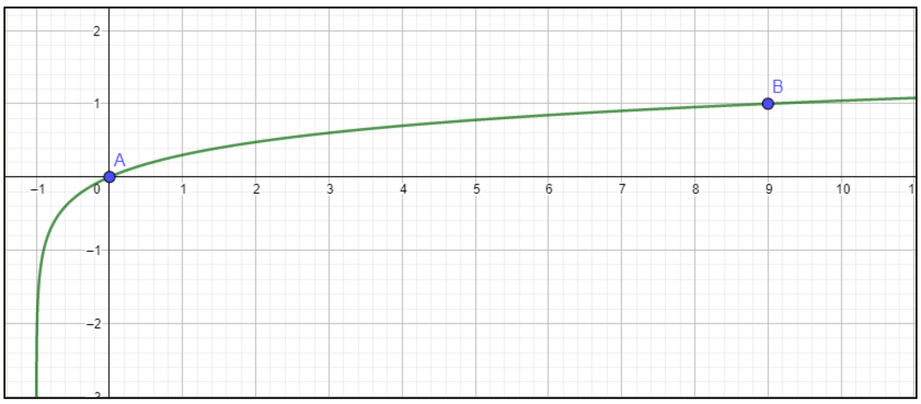
Aprende 6. <u>Análisis gráfico</u>

¿Qué pasa si sumo o resto 1 a la función?
existen dos casos que podemos observar si sumamos 1 dentro del logaritmo o sumarlo fuera del logaritmo.

A. <u>Sumar o restar 1 dentro del logaritmo.</u>

Sumar 1

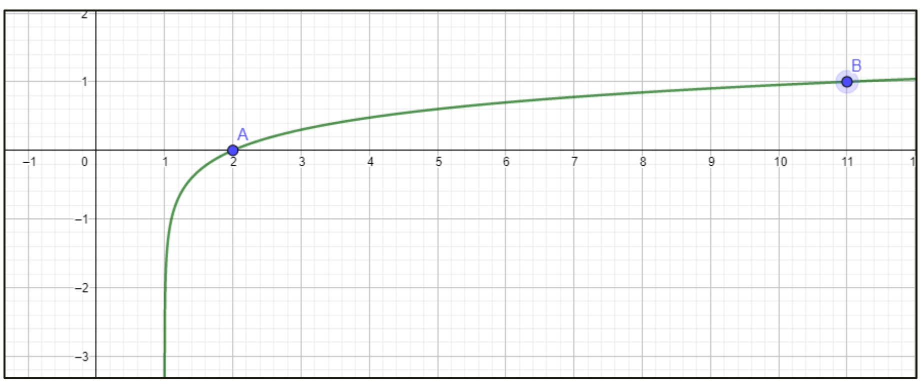
$$f(x) = log_{10}\,(x+1)$$



Podemos observar que la gráfica se mueve 1 a la izquierda.

Restar 1

$$f(x) = log_{10}\,(x-1)$$

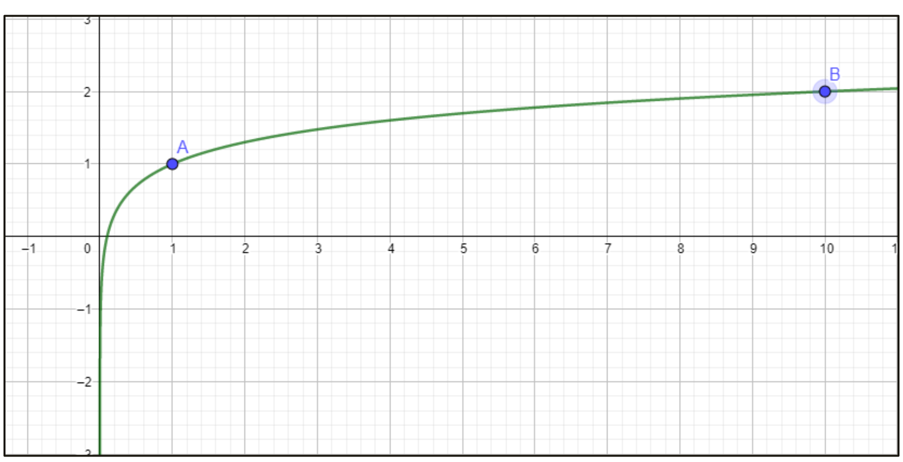


Podemos observar que la gráfica se mueve a la derecha.

B. <u>Sumar o restar 1 fuera del logaritmo.</u>

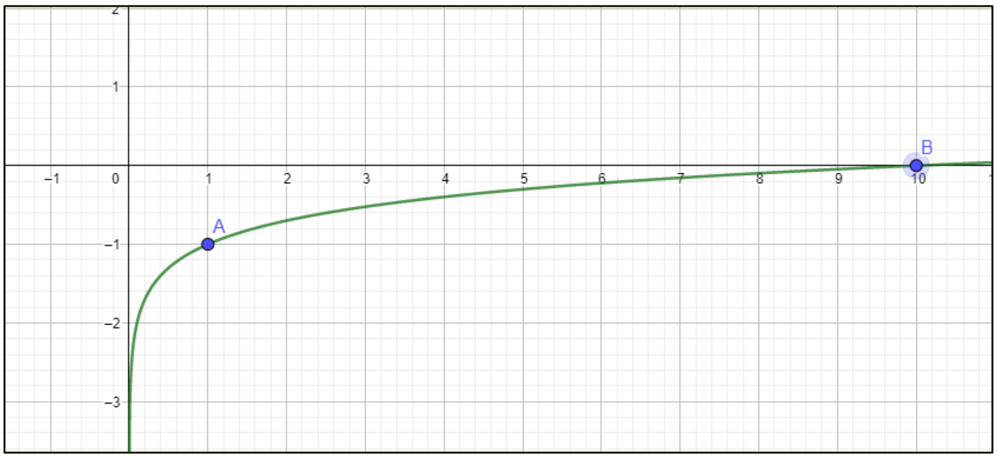
Sumar 1

$$f(x) = log_{10}\,(x)\ +1$$



Podemos notar que el gráfico se mueve hacia arriba.

Restar 1



$f(x) = log_{10}\,(x)\ -1$
Podemos notar que el gráfico se mueve hacia abajo.

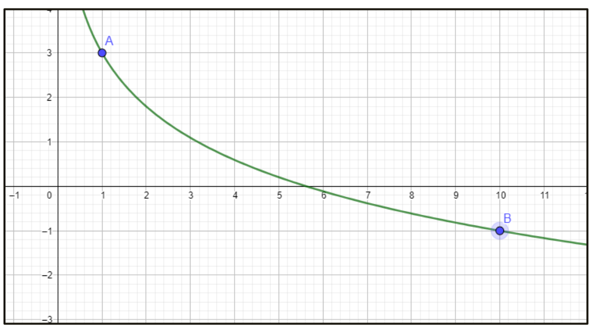
Resuelve 5.

Identifica si el gráfico de la función es creciente o decreciente.

a) $g(x) = -log_{12}\,x$ ______________________

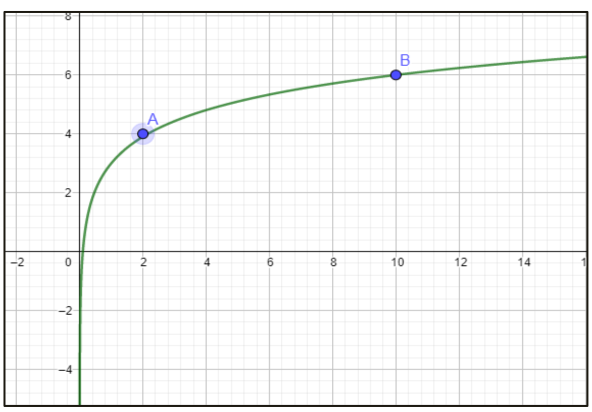
b) $h(x) = log_{144}\,x$ ______________________

c)



____

d)



____

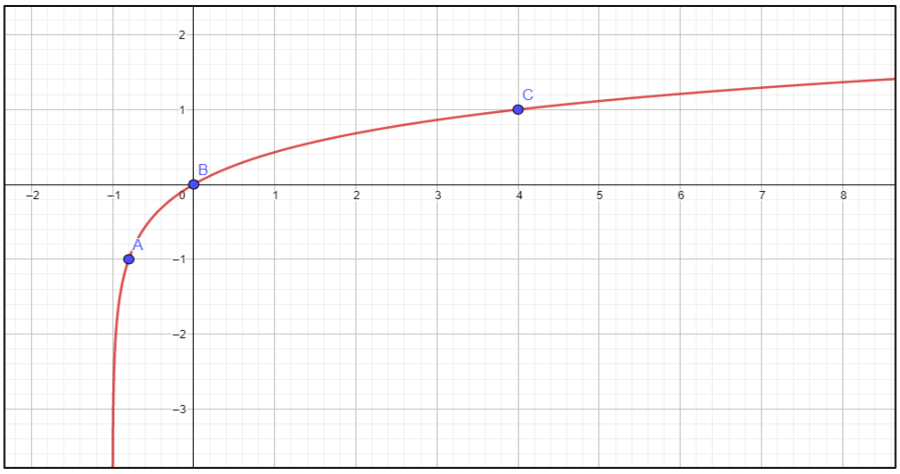
Resuelve 6.

Grafica las siguientes funciones.

A) Ejemplo: $f(x) = log_5\,(x+1)$

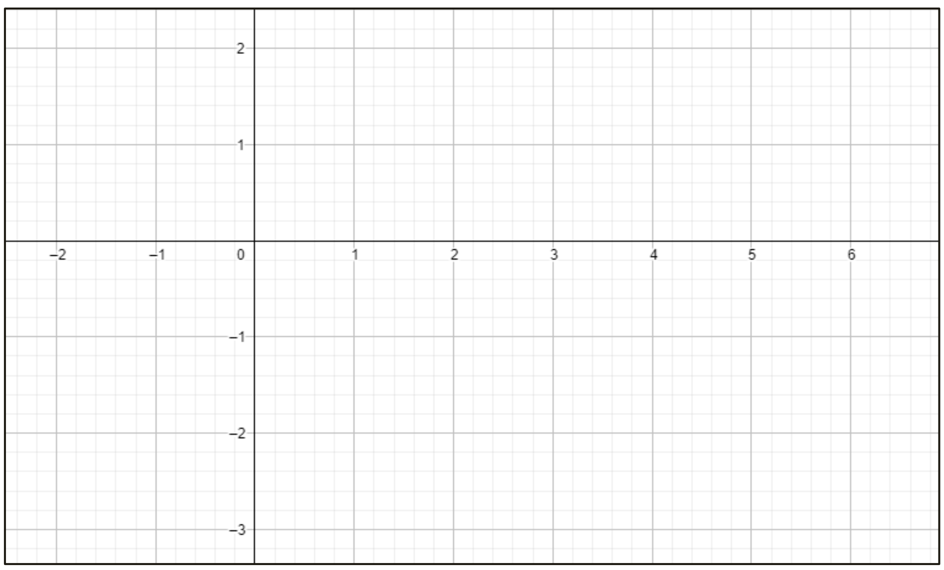
Graficamos los puntos y los unimos con la forma que vimos anteriormente

x	$f(x)$
$\frac{-4}{5}$	-1
0	0
4	1



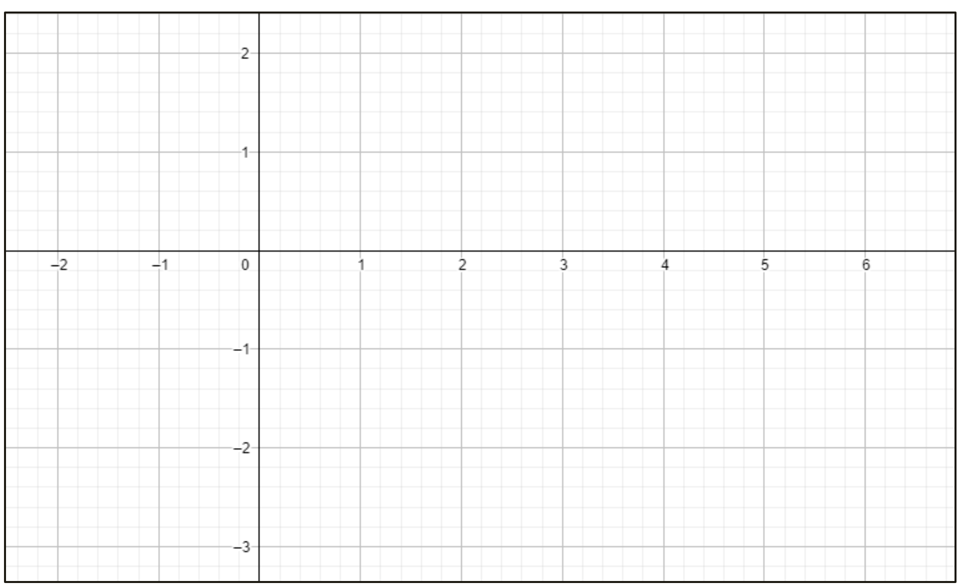
B) $f(x) = log_3\,(x+1)$

x	$f(x)$
$\frac{-2}{3}$	
0	
2	



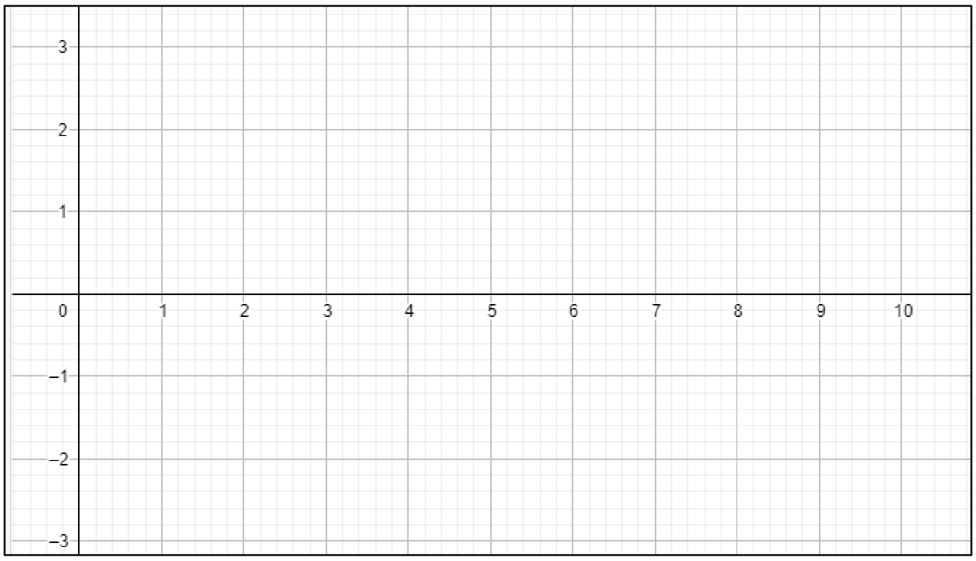
C) $f(x) = log_5\,(x) - 1$

x	$f(x)$
$\frac{1}{5}$	
1	
5	



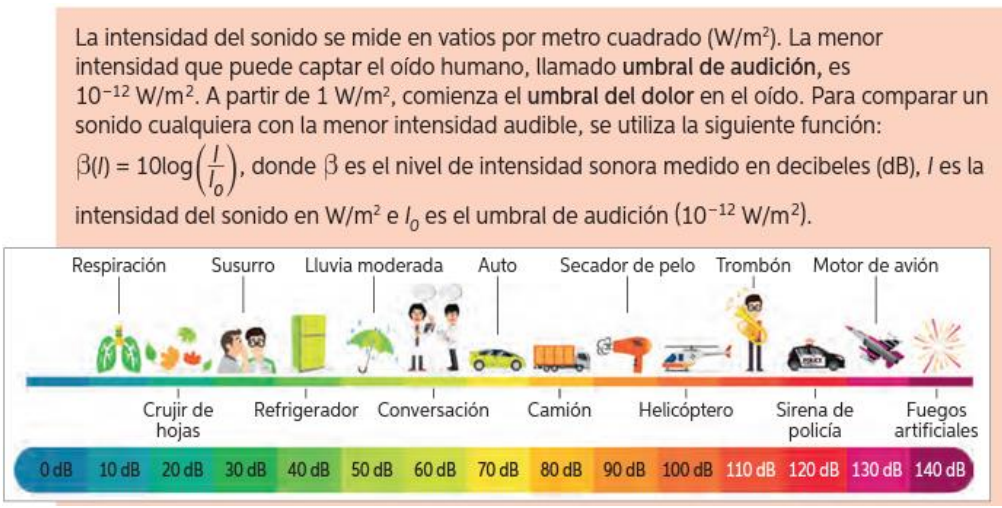
D) $f(x) = log_8 \, (x-2)$

x	$f(x)$
$\frac{17}{8}$	
3	
10	



Resuelve 7.

Problemas



A. Escoge 3 situaciones de las que aparezcan en la imagen y calcula la intensidad de sonido (W/m2) de cada una. Observa el ejemplo para el refrigerador (40 dB).

B. En general, se recomienda que, al usar audífonos, no se superen los 80 dB. Sin embargo, muchas personas los utilizan cerca de los 100 dB.

- ¿Cuál es la intensidad del sonido de estas magnitudes?

- ¿Cuántas veces mayor es la intensidad de los 100 dB que la recomendada?