Colegio Fernando de Aragón
Departamento de matemática
Prof. Sergio Moreno San Martín

N° lista: __

MATEMÁTICA II MEDIO
Guía Nº5: Agosto

Nombre: ___________________________________Curso: II°___ Fecha:___/ 8 /2021

A) SINTESIS DE CONTENIDO: POTENCIAS Y RAÍCES ENÉSIMAS (OA2)

Recordemos que el uso de raíces cuadradas nos sirve para hallar el valor de una potencia de exponente 2 en la cual se desconoce el valor de su base. Geométricamente aparece como la explicación matemática que aplicada al área de un cuadrado permite calcular la medida de su lado. Así, por ejemplo, si el área de un cuadrado es 25 cm2, entonces su lado mide $\sqrt[2]{25} = 5\ cm.$

Ejemplo:

Un número elevado a dos es igual a 16, ¿Cuál es el valor de dicho número? Algebraicamente esto se representa como:
$x^2 = 16$
$x = \sqrt[2]{16}$
$x = 4$

Definición: Para a,b ∈ ℕ U {0} la raiz cuadrada se define como:

$$\sqrt{a} = b \Leftrightarrow a = b^2$$

Actividad 1: Completa la siguiente tabla y determina la medida del lado del cuadrado dada su área y viceversa. Guíate por las 2 primeras filas

Medida del lado (cm)	Procedimiento	Área del cuadrado (cm^2)
13	$13 \cdot 13 = 13^2 = 169$	169
15	$225 = x^2 \Rightarrow \sqrt{225} = x \Rightarrow 15 = x$	225
21		
		256
17		
		676

Cuando sumamos o restamos raíces exactas, nos basta con calcular su valor y luego operar de izquierda a derecha usando la ley de los signos. En el caso que nuestra raíz exacta este acompañado por un factor numérico, debemos multiplicar el valor de nuestra raíz por dicho factor.

Ejemplo:

$\mathbf{3\sqrt{4} + \sqrt{25} - 2\sqrt{16} - \sqrt{81}}$ / aplica el concepto de raíz
$= 3 \cdot 2 + 5 - 2 \cdot 4 - 9$ / desarrolla la prioridad de las operatorias
$= 6 + 5 - 8 + 9$ /opera de izquierda a derecha
$= 11 - 8 + 9$
$= 3 + 9$
$= 12$

¿Cómo podemos operar raíces cuyo valor no es exacto?

Cuando tenemos raíces con cantidades subradicales no exactas, estas se pueden trabajar sumando o restando el factor numérico de aquellas raíces que tienen la misma cantidad subradical, manteniendo la raíz, tal como se realiza la reducción de términos semejantes en Álgebra.

Ejemplo:

$\mathbf{2\sqrt{5}} - \mathbf{3\sqrt{3}} + \mathbf{6\sqrt{3}} - \mathbf{4\sqrt{5}} + \mathbf{\sqrt{3}}$ / conmuta las raíces con igual cantidad subradical
$2\sqrt{5} - 4\sqrt{5} - 3\sqrt{3} + 6\sqrt{3} + \sqrt{3}$ / opera raíces semejantes
$-2\sqrt{5} + 4\sqrt{3}$

En estas operatorias, dejamos el resultado expresado en función de las raíces no exactas, es decir, sin calcular su valor.

¿Cómo operamos expresiones en donde los valores de la cantidad subradical de las raíces son distintos?

Cuando tenemos este tipo de situaciones podemos usar la descomposición de raíces, esto es expresar una raíz cuadrada no exacta en otra equivalente, de tal forma que queden raíces con igual cantidad subradical para poder operarlas.
En el proceso de la descomposición de raíces, debemos expresar la cantidad subradical de la raíz como un producto de dos factores en el cual uno de ellos sea un cuadrado perfecto.

Ejemplo:

$\sqrt{\mathbf{48}}$ /Escribe la cantidad subradical como un producto en donde uno sea un cuadrado perfecto.
$\sqrt{16 \cdot 3}$ /Separa en dos raíces usando la propiedad de producto de raíces con mismo índice.
$\sqrt{16} \cdot \sqrt{3}$ /calcula el valor de la raíz exacta.
$4\sqrt{3}$

Tenemos que $\sqrt{\mathbf{48}} = 4\sqrt{3}$, este tipo de equivalencias nos ayudarán para poder operar raíces que no tienen igual cantidad subradical.
Veamos un ejemplo para poder responder la pregunta anterior:

$\mathbf{3\sqrt{8} - 2\sqrt{32} + 7\sqrt{18}}$ / realiza la descomposición de raíces por separado
$3\sqrt{4 \cdot 2} - 2\sqrt{16 \cdot 2} + 7\sqrt{9 \cdot 2}$ / aplica propiedad de producto de raíces con igual índice
$3 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} - 2 \cdot \sqrt{16} \cdot \sqrt{2} + 7 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{2}$ /calcula el valor de las raíces exactas
$3 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} - 2 \cdot 4 \cdot \sqrt{2} + 7 \cdot 3 \cdot \sqrt{2}$ /opera factores
$6\sqrt{2} - 8\sqrt{2} + 21\sqrt{2}$ /reduce términos semejantes
$19\sqrt{2}$

Instrucciones: Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1 **OA2**

¿Si el área de una región cuadrada es de 441 cm2, ¿cuál es el valor de la medida de sus lados?

I. 220,5 cm. II. –21 cm. III. 21 cm

a) Solo I
b) Solo II
c) Solo III
d) Solo II y III

2 **OA2**

¿Cuál es el valor de la descomposición de $6\sqrt{72}$?

a) $36\sqrt{2}$
b) $6\sqrt{2}$
c) $12\sqrt{6}$
d) $18\sqrt{2}$

3 **OA2**

¿Cuál es el valor final de la expresión $6\sqrt{125} - 6\sqrt{20} + 6\sqrt{45} - \sqrt{5}$?

a) $104\sqrt{5}$
b) $35\sqrt{5}$
c) $80\sqrt{5}$
d) $14\sqrt{5}$

¿Existen otros tipos de raíces en donde su índice sea distinto de 2?

Como vimos anteriormente, el concepto de raíz esta estrechamente relacionado con las potencias, en ese sentido si tenemos el volumen de un cubo, pero no la medida de su arista podemos calcular dicho valor de la misma forma que lo hicimos con la medida del lado de un cuadrado dada su área. Por lo tanto, habría que aplicar el concepto de raíz, esta vez de una raíz cúbica.

Definición: A partir del concepto de raíz cuadrada y sus propiedades, es extiende la notación a potencias de mayores exponentes. En general, si $\mathbf{y = x^n}$, con **x** e **y** números reales y n un número natural mayor que 1, se dice que **x** es la **raíz enésima** de **y**:

$$\boldsymbol{y = x^n \Leftrightarrow \sqrt[n]{y} = x}$$

En esta expresión, a y se le llama cantidad subradical y a **n**, el índice de la raíz. En el caso de que **n** sea par, **x** existe solo si **y > 0**

Ejemplo:

$x^5 = -32 \Leftrightarrow x = \sqrt[5]{-32}$

$x = -2$

En este caso se cumple que existe un valor para x, pues si −2 lo elevamos a 5 da como resultado −32 y además el índice de la raíz es impar por lo que el valor de y no influye.

Ejemplo 2:

$x^4 = -32 \Leftrightarrow x = \sqrt[4]{-16}$

$x = \nexists$

En este caso no existe un valor que al evelarlo a 4 dé como resultado −16, puesto que toda potencia de exponente par siempre da un valor positivo, además no se cumple con la definición, ya que cuando el índice de la raiz es par, la cantidad subradical debe ser mayor mayor a cero para que tenga solución real.

Actividad 2: Completa la siguiente tabla. Guíate por las 2 primeras filas.

Raíz enésima	Procedimiento	Potencia	Solución
$\sqrt[3]{-27} = x$	$\sqrt[3]{-27} = x \Leftrightarrow x^3 = -27 \Leftrightarrow x = -3$	$x^3 = -27$	-3
$\sqrt[4]{-81} = x$	$\sqrt[4]{-81} = x \Leftrightarrow x^4 = -81 \Leftrightarrow x = \nexists$	$\nexists$	$\nexists$
$\sqrt[3]{216} = x$			
$\sqrt[6]{64} = x$			
$\sqrt[5]{-32} = x$			

Propiedad 1: El producto de dos raíces enésimas con igual índice es igual al producto de las cantidades subradicales expresadas en una sola raíz con índice común.
Algebraicamente es:

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

Ejemplo :

$\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{4 \cdot 5} = \sqrt[3]{20}$

Propiedad 2: El cociente de dos raíces en simas con igual índice es igual al cociente de las cantidades subradicales expresadas en una sola raíz con Índice común.
Algebraicamente es:

$$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a : b} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}, con\ b \neq 0$$

Ejemplo :

$\sqrt[5]{24} : \sqrt[5]{8} = \sqrt[5]{2\ \ 4 : 8} = \sqrt[5]{\frac{24}{8}} = \sqrt[5]{3}$

Propiedad 3: Cuando un factor acompaña a una raíz enésima, esta se puede introducir dentro de la raíz como una potencia con el exponente igual al índice de la raíz.

$$a\sqrt[n]{b} : \sqrt[n]{a^n \cdot b}, con\ a, b \in \mathbb{R}.$$

Ejemplo :

$2\sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 5} = \sqrt[3]{8 \cdot 5} = \sqrt[3]{40}$

Actividad 3: Aplica las propiedades de las raíces vistas anteriormente en las siguientes expresiones.

a) $\sqrt[5]{7} \cdot \sqrt[5]{4} =$	b) $\sqrt[3]{56} : \sqrt[3]{9} =$	c) $2\sqrt[4]{5} =$
d) $\sqrt[7]{48} : \sqrt[7]{6} =$	e) $4\sqrt[3]{2} =$	f) $\sqrt[8]{25} \cdot \sqrt[8]{10} =$

Instrucciones: Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

4 **OA2**

¿Cuál(es) de las siguientes raíces enésimas tiene solución en los números reales?

I. $\sqrt[5]{-32}$ II. $\sqrt[4]{-16}$ III. $\sqrt[3]{729}$

a) Solo I
b) Solo II
c) Solo III
d) Solo I y III

5 **OA2**

¿Cuál es el valor final de $3\sqrt[4]{5}$ al aplicar la propiedad?

a) $\sqrt[4]{60}$
b) $\sqrt[4]{405}$
c) $\sqrt[4]{15}$
d) $\sqrt[4]{45}$

Analicemos las siguientes potencias y utilicemos alguna propiedad para poder expresar en una forma mas reducida:

$(4^3)^2 = 4^{3 \cdot 2} = 4^6$	$(a^2)^6 = a^{2 \cdot 6} = a^{12}$
$(3^5)^{\frac{1}{5}} = (3)^{5 \cdot \frac{1}{5}} = (3)^{\frac{5}{5}} = 3^1 = 3$	$\left(6^{\frac{1}{3}}\right)^3 = (6)^{\frac{1}{3} \cdot 3} = (6)^{\frac{3}{3}} = 6^1 = 6$

Si nos fijamos en las potencias anteriores, en todas aplicamos la propiedad potencia de una potencia, para poder expresarlas en una forma más reducida, observemos la siguiente demostración:

$y = (a)^{\frac{1}{n}}$ / si elevamos ambas expresiones a "n"

$y^n = \left[(a)^{\frac{1}{n}}\right]^n$ / aplicando las propiedades de las potencias vistas anteriormente

$y^n = (a)^{\frac{1}{n} \cdot n} = a^{\frac{1}{1}} = a^1 = a$ /por definición de raiz enésima

$y^n = a \Leftrightarrow y = \sqrt[n]{a}$ / Por transitividad

$$\boldsymbol{(a)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}}$$

Ejemplo :

$5^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{5^3}$

Definición: Dada la demostración anterior podemos interpretar una potencia de exponente fraccionario como un a raíz enésima y viceversa, de modo que:

$$(a)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}\,,\ \sqrt[n]{a^m} = (a)^{\frac{m}{n}}\,,\ si\ n\ \ es\ par\ \ y\ m\ \ es\ impar\ \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

Gracias a esto, se pueden realizar operaciones entre raíces enésimas aplicando las propiedades de las potencias para interpretar y simplificar el cálculo de expresiones que las involucran.

Actividad 4: Exprese como una raíz en enésima las siguientes potencias de exponente racional

Potencia	Procedimiento	Raíz enésima
$4^{\frac{3}{5}}$	$4^{\frac{3}{5}} = (4)^{3\cdot\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{4^3}$	$\sqrt[5]{4^3}$
$2^{\frac{7}{9}}$		
$5^{\frac{1}{4}}$		
$x^{\frac{a}{b}}$		

Propiedad 1: $\sqrt[nr]{a^{mr}} = \sqrt[n]{a^m}$

Demostración: $\sqrt[nr]{a^{mr}} = a^{\frac{mr}{nr}} = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$,con r > 0

Ejemplo: $\sqrt[8]{3^6} = 3^{\frac{3\cdot 2}{4\cdot 2}} = 3^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{3^3}$

Propiedad 2: $\sqrt[n]{a^m} \cdot \sqrt[n]{b^m} = \sqrt[n]{ab}^m$

Demostración: $\sqrt[n]{a^m} \cdot \sqrt[n]{b^m} = a^{\frac{m}{n}} \cdot b^{\frac{m}{n}} = (ab)^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{ab}^m =$,m $\in \mathbb{R}$

Ejemplo: $\sqrt[5]{9^2} \cdot \sqrt[5]{5^2} = 9^{\frac{2}{5}} \cdot 5^{\frac{2}{5}} = (5 \cdot 9)^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{45}^2$

Propiedad 3: $\frac{\sqrt[n]{a^m}}{\sqrt[n]{b^m}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}^{m}$

Demostración: $\frac{\sqrt[n]{a^m}}{\sqrt[n]{b^m}} = \frac{a^{\frac{m}{n}}}{b^{\frac{m}{n}}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}^{m}$,con $b \neq 0$

Ejemplo: $\frac{\sqrt[7]{2^4}}{\sqrt[7]{11^4}} = \frac{2^{\frac{4}{7}}}{11^{\frac{4}{7}}} = \left(\frac{2}{11}\right)^{\frac{4}{7}} = \sqrt[7]{\frac{2}{11}}^{4}$

Actividad 5: Exprese como una raíz enésima las siguientes potencias de exponente racional.

a) $\sqrt[18]{18^2} =$	b) $\sqrt[7]{2^5} \cdot \sqrt[7]{9^5} =$	c) $\frac{\sqrt[8]{9^4}}{\sqrt[8]{6^5}} =$
d) $\sqrt[4]{6^3} : \sqrt[4]{8^3} =$	e) $\sqrt[10]{3^8} =$	f) $\frac{\sqrt[7]{1^2}}{\sqrt[7]{5^5}} =$

Propiedad 4: $\sqrt[n]{a^m} \cdot \sqrt[q]{a^p} = \sqrt[nq]{a^{mq+np}}$

Demostración: $\sqrt[n]{a^m} \cdot \sqrt[q]{a^p} = a^{\frac{m}{n}} \cdot a^{\frac{p}{q}} = a^{\left(\frac{mq+np}{np}\right)} = \sqrt[nq]{a^{mq+np}}$,con $p \in \mathbb{R}$

Ejemplo: $\sqrt[6]{2^1} \cdot \sqrt[7]{2^2} = 2^{\frac{1}{6}} \cdot 2^{\frac{2}{7}} = 2^{\left(\frac{7+12}{42}\right)} = \sqrt[42]{2^{19}}$

Propiedad 5: $\frac{\sqrt[n]{a^m}}{\sqrt[q]{a^p}} = \sqrt[nq]{a^{mq-np}}$

Demostración: $\frac{\sqrt[n]{a^m}}{\sqrt[q]{a^p}} = \frac{a^{\frac{m}{n}}}{a^{\frac{p}{q}}} = a^{\left(\frac{mq-np}{np}\right)} = \sqrt[nq]{a^{mq-np}}$

Ejemplo: $\frac{\sqrt[5]{8^4}}{\sqrt[3]{8^1}} = \frac{8^{\frac{4}{5}}}{8^{\frac{1}{3}}} = 8^{\left(\frac{4}{5}-\frac{1}{3}\right)} = 8^{\left(\frac{12-5}{15}\right)} = \sqrt[15]{8^7}$

Propiedad 6: $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$

$\frac{12-5}{15}$

Demostración: $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \left((a)^{\frac{1}{n}}\right)^{\frac{1}{m}} = (a)^{\frac{1}{n}\cdot\frac{1}{m}} = (a)^{\frac{1}{mn}} = \sqrt[mn]{a}$

Ejemplo: $\sqrt[3]{\sqrt[5]{10}} = \left((10)^{\frac{1}{5}}\right)^{\frac{1}{3}} = 10^{\left(\frac{1}{15}\right)} = \sqrt[15]{10}$

Actividad 6: Aplica las propiedades de las raíces enésimas vistas anteriormente en las siguientes expresiones.

a) $\sqrt[4]{\sqrt[6]{6}} =$	b) $\sqrt[5]{4^2} \cdot \sqrt[7]{4^3} =$	c) $\frac{\sqrt[7]{a^3}}{\sqrt[3]{a}} =$
d) $\frac{\sqrt[6]{2^4}}{\sqrt[4]{2^1}} =$	e) $\sqrt[2]{2^1} \cdot \sqrt[5]{2^2} =$	f) $\sqrt[2]{\sqrt[5]{2}} =$

Instrucciones: Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

6 **OA2**

Al expresar la potencia $12^{\frac{25}{36}}$ en raíz enésima, nos queda:

a) $\sqrt[25]{12^{36}}$
b) $\sqrt[36]{12^{25}}$
c) $\sqrt[12]{25^{36}}$
d) $\sqrt[12]{35^{25}}$

7 **OA2**

¿A qué raíz es equivalente la potencia $3^{\frac{4}{5}}$?

a) $\sqrt[5]{3^4}$
b) $\sqrt[4]{3^5}$
c) $\sqrt[3]{4^5}$
d) $\sqrt[3]{5^4}$

8 **OA2**

¿A cuál de las siguientes expresiones es igual $\sqrt[7]{9^2}$?

a) $2^{\frac{9}{7}}$
b) $9^{\frac{2}{7}}$
c) $7^{\frac{2}{9}}$
d) $9^{\frac{7}{2}}$

9 **OA2**

¿Cuál de las siguientes alternativas muestra un número que no es real?

a) $\sqrt{0}$
b) $\sqrt{5}$
c) $\sqrt{0{,}3}$
d) $\sqrt{-4}$

10 **OA2**

¿Cuál de los siguientes números es menor que 3?

a) $3\sqrt{2}$
b) $2\sqrt{2}$
c) $2\sqrt{8}$
d) $2\sqrt{3}$

11 **OA2**

¿Cuál de las siguientes expresiones es igual a $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{2}$?

a) $3\sqrt{7}$
b) $\sqrt[3]{10}$
c) $\sqrt[6]{10}$
d) $\sqrt[6]{7}$

12 **OA2**

¿Cuál de las siguientes expresiones es igual a $\sqrt{48}$?

a) $4\sqrt{3}$
b) $2\sqrt{6}$
c) $6\sqrt{3}$
d) $3\sqrt{4}$

13 **OA2**

Cuál expresión es equivalente a $\frac{\sqrt[4]{36}}{\sqrt[4]{9}}$, nos queda:

a) 1
b) $\sqrt[1]{4}$
c) $\sqrt[4]{4}$
d) $\sqrt[4]{\frac{1}{4}}$

14 **OA2**

¿Cuál expresión es equivalente a $\sqrt[12]{x^6y^4}$?

a) $\sqrt[12]{x^2y^3}$
b) $\sqrt[6]{x^3y^2}$
c) $\sqrt[12]{x^3\mathrm{y}}$
d) $\sqrt[6]{x^3\mathrm{y}}$

15 **OA2**

El valor de $\sqrt[4]{1296}$ es:

a) 4
b) 6
c) 14
d) 16

16 **OA2**

El valor de $49^{\frac{6}{4}}$ es:

a) 7
b) 49
c) 343
d) 2401

17 **OA2**

El número $\sqrt[5]{4096}$ es equivalente a:

a) 2^{12}
b) $2\sqrt[5]{2}$
c) $8\sqrt[2]{4^3}$
d) $4\sqrt[5]{4}$

18 **OA2**

Al resolver $\sqrt[4]{1024}$, se obtiene:

a) $2\sqrt{2}$
b) $2\sqrt[4]{2}$
c) $4\sqrt{2}$
d) $4\sqrt[4]{8}$

19 **OA2**

Al resolver $\frac{2}{\sqrt[3]{250}}$, se obtiene:

a) $\frac{\sqrt[3]{250}}{50}$
b) $\frac{\sqrt[3]{500}}{50}$
c) $\frac{\sqrt[3]{4}}{2}$
d) $\frac{\sqrt[3]{4}}{5}$

20 **OA2**

Al resultado de $\frac{1}{\sqrt{6}} \cdot \frac{3}{\sqrt{3}}$, se obtiene:

a) $\frac{\sqrt{3}}{6}$
b) $\frac{\sqrt{18}}{6}$
c) $\frac{\sqrt{2}}{6}$
d) $\frac{\sqrt{6}}{6}$

21 **OA2**

La tercera ley de Kepler sobre el movimiento de los planetas del Sistema Solar establece que el período de traslación $(\boldsymbol{t})$ de un planeta en años terrestres se relaciona con su distancia al sol $(\boldsymbol{d})$ en unidades astronómicas (UA), y puede aproximarse con la siguiente expresión:

$$t = \sqrt{d^3}$$

De acuerdo con esta información, ¿cuál es el período de traslación de un plantea cuya distancia al sol es $d = 4$ UA?

a) $4\ años$
b) $8\ años$
c) $64\ años$
d) $16\ años$

B) SINTESIS DE CONTENIDO: LOGARITMOS (OA2)

Se llama **logaritmo** de base b de a al número c al cual debe elevarse la base b para obtener a. Es decir:

$$b^c = a \leftrightarrow \log_b a = c$$

Con $a, b \in \mathbb{R}^+$, $b \neq 1$ y $c \in \mathbb{R}$. Por ejemplo:

$5^3 = 125 \leftrightarrow \log_5 125 = 3$ y se lee "logaritmo en base 5 de 125".

$\sqrt{9} = 3 \leftrightarrow 9^{\frac{1}{2}} = 3 \leftrightarrow \log_9 3 = \frac{1}{2}$ y se lee "logaritmo en base 9 de 3".

Cuando la base es 10, se omite: $\log_{10} x = \log x$

Propiedades de los logaritmos

Si a es un número real positivo distinto de 1, entonces se cumplen las siguientes propiedades:

- Logaritmo de la base: $\log_a a = 1$
- Logaritmo de la unidad: $\log_a 1 = 0$

Analiza el siguiente procedimiento

Si $\log_b a = c$, entonces $b^c = a$

PASO 1: Elevamos a n ambos lados de la igualdad: $(b^c)^n = a^n \longrightarrow b^{c \cdot n} = a^n$

PASO 2: Utilizando la definición de logaritmo: $\log_b(a^n) = n \cdot c$

PASO 3: Reemplazamos c por $\log_b a$: $\log_b(a^n) = n \cdot \log_b a$

Sean b y x números reales positivos con $b \neq 1$ y n un número real, se cumple la propiedad de **logaritmo de una potencia de la base**:

$$\log_b(x^n) = n \cdot \log_b(x)$$

Dicho de otra forma, el logaritmo de una potencia es equivalente a la multiplicación del exponente por el logaritmo.

Sean b, x e y números reales positivos con $b \neq 1$, entonces:

$$\log_b (x \cdot y) = \log_b x + \log_b y \qquad \log_b\left(\frac{x}{y}\right) = \log_b x - \log_b y$$

Dicho de otra forma, el logaritmo de un producto es la suma de los logaritmos de los factores manteniendo la misma base. El logaritmo de un cociente es la resta de los logaritmos de los factores manteniendo la misma base.

Sean a y b números reales positivos diferentes de 1 y x un número real positivo:

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

Dicho de otra forma, es posible realizar un **cambio de base** para expresar un logaritmo de una base cualquiera en otra base.

Analiza el siguiente procedimiento

Sea $\log_b(a) = c \longrightarrow b^c = a$

PASO 1: $b^c = a \Rightarrow \log_p(b^c) = \log_p(a)$

PASO 2: $c \cdot \log_p(b) = \log_p(a)$

PASO 3: $c = \dfrac{\log_p(a)}{\log_p(b)}$

PASO 4: $\log_b(a) = \dfrac{\log_p(a)}{\log_p(b)}$

Ejercicios resueltos:

1. Calcula el valor de los siguientes logaritmos aplicando las propiedades vistas

$$\log_5 \sqrt[5]{625} = \frac{1}{5}\log_5 625 = \frac{1}{5}\log_5 5^4 = \frac{1}{5} \cdot 4 = \frac{4}{5}$$

2. Expresa cada logaritmo en términos de m y n, con m = log 2 y n = log 3.

$$\log_5 24 = \frac{\log 24}{\log 5} = \frac{\log(8 \cdot 3)}{\log\left(\frac{10}{2}\right)} = \frac{\log(2^3 \cdot 3)}{\log\left(\frac{10}{2}\right)} = \frac{\log 2^3 + \log 3}{\log 10 - \log 2} = \frac{3\log 2 + \log 3}{\log 10 - \log 2} = \frac{3m + n}{1 - m}$$

3. Escribe dos expresiones logarítmicas de base distinta a 6 equivalentes al número 6

$$6 = 6\log_3 3 = \log_3 729 = \log_3 \frac{2916}{4} = \log_3 2916 - \log_3 4$$

Resumen:

• **Definición**	Sea $\log_a b = x$, entonces $a^x = b$ (con $b > 0$, $a > 0$ y $a \neq 1$) "x es el logaritmo de b en base a" (a: base, b: argumento, x: logaritmo)
• **Logaritmo en base 10**	Cuando no se indica la base del logaritmo, entonces la base de este es **diez**. $\log a = \log_{10} a$
• **Logaritmo de la unidad**	Para toda base positiva distinta de 1, siempre el logaritmo de uno es **cero**. $\log_a 1 = 0$
• **Logaritmo de la base**	Si el argumento y la base tienen el mismo valor, entonces el logaritmo es igual a uno. $\log_a a = 1$
• **Logaritmo de la multiplicación**	El logaritmo de un producto es igual a la suma de los logaritmos (igual base) de los factores. $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$ **¡Ojo!** $\log_a b \cdot \log_a c \neq \log_a (b \cdot c)$ **y** $\log_a (b + c) \neq \log_a b + \log_a c$
• **Logaritmo de la división**	El logaritmo de un cuociente es igual a la diferencia de los logaritmos (igual base) entre el dividendo y el divisor. $\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$ **¡Ojo!** $\frac{\log_a b}{\log_a c} \neq \log_a \frac{b}{c}$ **y** $\log_a (b - c) \neq \log_a b - \log_a c$
• **Logaritmo de una potencia**	Es igual al producto entre el exponente de la potencia y el logaritmo de la base de la potencia (se conserva la base del logaritmo). $\log_a (b^c) = c \cdot \log_a b$
• **Logaritmo de una raíz**	Es igual al producto entre el recíproco del índice radical de la raíz y el logaritmo de la cantidad subradical de la raíz (se conserva la base del logaritmo). $\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{m} \cdot \log_a b$
• **Cambio de base**	Para cambiar la base de un logaritmo se divide el logaritmo del argumento original por el logaritmo de la base original, ambos en la misma base a elección. $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$
• **Logaritmos iguales**	Si dos logaritmos de misma base son iguales, entonces los argumentos son iguales (y viceversa). $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c$

Instrucciones: Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1 **OA2**

El valor de $\log_5 625$ es:

a) 125
b) 25
c) 5
d) 4

2 **OA2**

Al resolver $\log_3 243$, se obtiene:

a) 125
b) 25
c) 5
d) 4

3 **OA2**

Al resolver la expresión $3\log_2 16 - 3\log_3 \frac{1}{27} - 5\log_8 8$, se obtiene:

a) -2
b) 16
c) 4
d) 6

4 **OA2**

¿A cuál de las siguientes expresiones es igual $2^3 = 8$?

a) $\log_2 8 = 3$
b) $\log_8 2 = 3$
c) $\log_3 8 = 2$
d) $\log_2 3 = 8$

5 **OA2**

¿A cuál de las siguientes expresiones es igual $3^3 = 27$?

a) $\log_3 27 = 3$
b) $\log_{27} 3 = 3$
c) $\log_5 125 = 3$
d) $\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{3}\right) = 27$

6 **OA2**

Observa la siguiente igualdad: $\log_x 169 = 2$, ¿Cuál es el valor de x?

a) 4
b) 13
c) 16
d) 84,5

7 **OA2**

Desarrolle la expresión aplicando propiedades de logaritmos.

$$\log_2 16 + \log 100 - 3\log_5 1 =$$

a) 2
b) 4
c) 6
d) 8

8 **OA2**

Desarrolle la expresión aplicando propiedades de logaritmos.

$$\log_4 16 - \log_3 81 - \log_2 256 =$$

a) -20
b) -10
c) 0
d) 10

9 **OA2**

Desarrolle la expresión aplicando propiedades de logaritmos.

$$\log 1000 - 2 \log 10 - 5 \log 100 =$$

a) -7
b) -8
c) -9
d) -10

10 **OA2**

En valor de la expresión $\log_2(-2)=$

a) -1
b) 1
c) 2
d) No está definido en los números reales

11 **OA2**

Observa la siguiente igualdad, $\log_5 125 = 3$, expresado como potencias es:

a) $3^5 = 125$
b) $5^{\frac{1}{3}} = 125$
c) $5^3 = 125$
d) $125^{\frac{1}{5}} = 3$

12 **OA2**

En la expresión $\log_4 64 = 3$, expresado como potencias es:

a) $4^3 = 64$
b) $4^{\frac{1}{3}} = 64$
c) $64^3 = 4$
d) $64^{\frac{1}{3}} = 3$

13 **OA2**

Observa la siguiente igualdad, $\log_7 49 = 2$ expresado en forma exponencial corresponde a:

a) $2^7 = 49$
b) $49^3 = 2$
c) $49^7 = 2$
d) $7^2 = 49$

14 **OA2**

Si $\log 2 = 0{,}3$; $\log 3 = 0{,}47$; $\log 5 = 0{,}7$; $\log 7 = 0{,}85$, entonces el valor de $\log 17{,}5$ es:

a) 1,25
b) 1,85
c) 0,45
d) 1,98

C) SINTESIS DE CONTENIDO: FUNCIÓN CUADRÁTICA (OA3)

FUNCIÓN CUADRÁTICA

Forma general $\boldsymbol{f(x) = ax^2 + bx + c}$

Donde $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ con coeficientes reales, $\boldsymbol{a \neq 0}$

La gráfica de una funcion cuadrática es una curva llamada "parábola"

Dominio de la funcion cuadrática es todos los números reales

Se llama **función cuadrática o de segundo grado** a las funciones de la forma:

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \text{ con } a, b \text{ y } c \in \mathbb{R} \text{ y } a \neq 0.$$

Donde *a*, *b* y *c* corresponden a los coeficientes de la función. El dominio de la variable *x* de la función es $\mathbb{R}$, mientras que su recorrido es un subconjunto de $\mathbb{R}$.

Por ejemplo: $g(x) = 2x^2 + 2x + 0{,}5$ tiene dominio $\mathbb{R}$ y recorrido los reales mayores o iguales a 0.

ECUACIÓN CUADRÁTICA

Soluciones de la ecuación de 2º Grado

Si tenemos que la función Cuadrática, de manera particular, se transforma en $ax^2 + bx + c = 0$, tenemos la Ecuación de 2º grado (o Cuadrática). Para el cálculo de las soluciones o raíces de la ecuación de segundo grado, x_1 y x_2, se utiliza la siguiente formula

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

Donde las dos soluciones están dadas, cada una por:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \quad \text{y} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

Y que gráficamente, representan los puntos en donde la curva intersecta al eje x.

Naturaleza de las Soluciones de la ecuación de 2º Grado

Podemos ver la naturaleza de las raíces de la función con el discriminante, $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$

- Si $\Delta = 0$, tiene solo una raíz real, es decir $x_1 = x_2$
- Si $\Delta > 0$, las raíces son reales y distintas, es decir $\boldsymbol{x_1 \neq x_2}$
- Si $\Delta < 0$, no tiene solución real, es decir x_1 y x_2 son números complejos.

Ejercicio resuelto:

Un proyectil es lanzado hacia arriba desde el suelo. Después de transcurridos t minutos, la altura del proyectil, en metros, por sobre el suelo está dada por la función:
$h(t) = -13t^2 + 91t$.

a) ¿Qué altura alcanza el proyectil a los 4 minutos?
b) ¿En qué momento la altura del proyectil es de 78 metros?

Desarrollo
a) Se quiere obtener la altura (imagen) a los 4 minutos, es decir

Reemplazamos $t = 4$ en la fórmula
$h(4) = -134^2 + 914 = 156$

La altura a los 4 minutos será de 156 metros

b) Se quiere conocer a que minuto (preimagen) la altura es de 78 metros

Igualamos la función a 78 y se tiene
$-13t^2 + 91t = 78$

Se obtiene una ecuación cuadrática a resolver $-13t^2 + 91t - 78 = 0$, donde se obtienen dos
soluciones x_1 y x_2.

Las soluciones (pre imágenes) de la ecuación se obtienen a través de la fórmula cuadrática

$$x = \frac{-91 \pm \sqrt{91^2 - 4 \cdot (-13) \cdot (-78)}}{2 \cdot (-13)} = \frac{-91 \pm \sqrt{4225}}{-26} = \frac{-91 \pm 65}{-26}$$

$x_1 = 6$; $x_1 = 1$

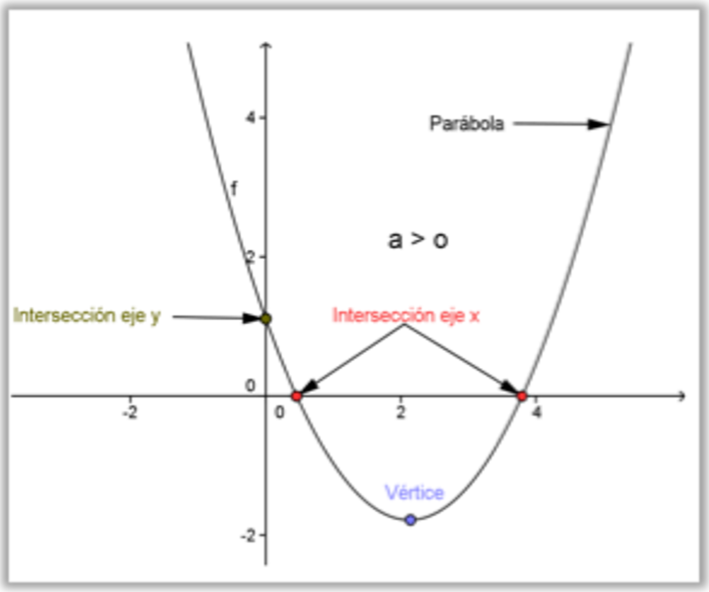
Se tiene, en este caso, que ambas soluciones responden a la pregunta, pues un valor, $(x_1 = 1)$ corresponde al momento cuando el proyectil sube y el otro, $x_1 = 6$, cuando el proyectil va bajando.

Gráfica de la función cuadrática

La gráfica de la función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ está determinada por una Parábola.

Para graficar la función cuadrática se necesita conocer la intersección con los ejes y las coordenadas del vértice.

Gráfica de una parábola



<u>Intersección con los Eje y:</u>

Es un punto que pertenece a la curva (función), tomamos la coordenada x igual a cero, es decir:

Se hace $x = 0$
$$\Rightarrow f(0) = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = y$$
$$\Rightarrow y = c$$

Luego finalmente el punto es (x,y)=(0,c)

<u>Intersección con los Eje x:</u>

Calculamos la pre imagen de 0, tenemos una ecuación de 2º grado para resolver

Se hace $y = 0$
$$\Rightarrow ax^2 + bx + c = f(x) = 0$$
$$\Rightarrow ax^2 + bx + c = 0$$

Al resolver la ecuación se obtienen las soluciones que son $\boldsymbol{x_1}$ y $\boldsymbol{x_2}$, donde

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a} \quad \text{y} \quad x_2 = \frac{-b+\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}$$

Los puntos $\boldsymbol{x_1}$ y $\boldsymbol{x_2}$, corresponde a los puntos por donde la curva intersecta con el eje x.

<u>Coordenadas del vértice</u>

Las coordenadas del vértice corresponde al punto $\mathrm{V} = (\mathrm{x}, \mathrm{y})$ perteneciente a la parábola, que coincide con el eje de simetría, donde el eje simetría es una línea recta que divide simétricamente a la parábola en dos ramas.

Se puede determinar con la siguiente expresión: $V = \left(-\frac{b}{2a}; f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$

El gráfico de una función cuadrática se representa mediante una **parábola**. Esta curva cumple con lo siguiente:

- Tiene un **vértice**, que corresponde a su punto más alto o más bajo.
- Es simétrica respecto del eje Y o a una recta paralela a esta, llamada **eje de simetría**.

Su concavidad está determinada por el coeficiente *a* de la función.

- Si *a* > 0, la gráfica es cóncava hacia arriba o convexa.
- Si *a* < 0, la gráfica es cóncava hacia abajo.

Por ejemplo: $f(x) = x^2 + 4x + 1$

Identificamos el vértice (−2, −3) y el valor de a = 1. Como a > 0, la función es cóncava hacia arriba y el vértice corresponde al punto más bajo.

La función cuadrática $\boldsymbol{f(x) = ax^2 + bx + c}$ como modelo matemático permite representar fenomenos naturales, como la altura de un cuerpo respecto del tiempo al lanzar lo verticalmente, o bien, en caida libre, asi como en problemas de optimización, cuyo objetivo es encontrar el valor de la variable independiente x para que la variable dependiente y sea máxima o mínima, como el precio de venta de un producto para obtener una ganacia máxima. Veamos un ejemplo:

Ejercicio resuelto: El dueño de una pastelería en Aysén, esta vendiendo nuevos pasteles con relleno de frutos locales tipo postre y necesita determinar cuál debe ser el precio de venta para obtener las mayores ganancias. El precio debe ser tal que permita cubrir los costos de producción y el trabajo realizado. Se ha calculado que la ganancia obtenida esta dada por la función $\boldsymbol{G(p) = -\frac{1}{4}p^2 + 500p - 150\,000}$, donde p es el precio en que se vende cada pastel.

¿De cuánto sería la ganancia si vendiera cada pastel a 700 pesos?

$\boldsymbol{G}(p = 700) = -\frac{1}{4}(700)^2 + 500(700) - 150\,000.$
$G(p = 700) = -\frac{1}{4} \cdot 490\,000 + 350\,000 - 150\,000.$
$G(p = 700) = -122\,000 + 350\,000 - 150\,000.$
$G(p = 700) = 77\,500.$
La ganancia sería de $77 500.

¿Cúal sería la ganancia si la vende al doble del precio anterior ?

$G(p = 1400) = -\frac{1}{4}(1400)^2 + 500(1400) - 150\,000.$
$G(p = 1400) = -\frac{1}{4} \cdot 1\,960\,000 + 700\,000 - 150\,000.$
$G(p = 1400) = -490\,000 + 350\,000 - 150\,000.$
$G(p = 1400) = 60\,000.$
La ganancia sería de $60 000.

¿Si nos damos cuenta al aumentar el valor de los pasteles al doble, la ganancia baja $17500 pesos **¿cuál debiese ser el valor de los pasteles para obtener la máxima ganancia?**

Si nos damos cuenta la función tiene un ***máximo***, pues el valor del parámetro $\boldsymbol{a}$ es negativo y corresponde al vértice de nuestra parábola.

Es necesario calcular las coordenadas del vértice, el cual nos indicar el valor de cada pastel y además su ganancia máxima:

$$V = \left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a},\right)\right), \text{sabiendo que } a = -\frac{1}{4}, b = 500, \text{reemplacemos.}$$

$$V = \left(-\frac{500}{2 \cdot -\frac{1}{4}} \;,\; -\frac{1}{4}\left(-\frac{500}{2 \cdot -\frac{1}{4}}\right)^2 + 500\left(-\frac{500}{2 \cdot -\frac{1}{4}}\right) - 150\,000.\right)$$

$$V = (1\,000\,, 100\,000)$$

$R{:}\, Cada\ pastel\ debería\ venderse\ a\ 1\,000\ pesos\ \ para\ obtener\ la\ máxima\ ganancia\ que\ sería\ 100\,000\ pesos$

Instrucciones: Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1 **OA3**

La ganancia obtenida por la venta de minipizzas está dada por la función $G(p) = -0{,}2p^2 + 400\text{p} - 100\ 000$, donde p es el precio en que se vende cada una. ¿Cuál será la ganancia obtenida si cada minipizza se vendiera a $\$\ 500$?

a) $\$\ 75\ 000$
b) $\$\ 150\ 000$
c) $\$\ 100\ 000$
d) $\$\ 50\ 000$

2 **OA3**

Del ejercicio anterior, ¿cuál sería la ganancia total si las minipizzas se vendieran a $\$\ 750$?

a) $\$\ 75\ 000$
b) $\$\ 87\ 500$
c) $\$\ 90\ 000$
d) $\$\ 92\ 500$

3 **OA3**

Del ejercicio anterior, ¿a cuánto se debe vender cada pizza para obtener la máxima ganancia?

a) $\$\ 1\ 000$
b) $\$\ 900$
c) $\$\ 1\ 100$
d) $\$\ 800$

La optimización es una de las aplicaciones en las que más se utiliza la función cuadrática, uno de los datos importantes lo índica el vértice, pues aporta nuestro máximo o mínimo valor esperado.

Ejercicio resuelto: El ancho de un rectángulo tiene una medida de **x** cm, mientras que el largo tiene una medida de 18-x cm. Si el área del rectángulo corresponde al producto entre su ancho y su largo. **¿Qué medida debe tener el ancho del rectángulo para que su área sea máxima? ¿cuánto medirá su área máxima?**

Modelemos la función que representa el área de un rectángulo respecto a su ancho **x**.

$$A(x) = x \cdot (18 - x)$$
$$A(x) = 18x - x^2$$

Podemos hallar las coordenadas del vértice para conocer el valor del ancho del rectángulo para que su área sea máxima.

$V = \left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a},\right)\right)$, sabiendo que $a = -1$, $b = 18$, reemplacemos.

$V = \left(-\frac{18}{2 \cdot -1}, 18\left(-\frac{18}{2 \cdot -1}\right) - \left(-\frac{18}{2 \cdot -1}\right)^2\right)$
.
$V = (9, 81)$

R: *La medida que debe tener el ancho para que su área sea máxima es de* $9cm$, *su área sería* $81\ cm^2$

Recordemos que el valor que toman las variables en una función cuadrática debe ser pertinente con el problema planteado. Veamos un ejemplo:

La distancia recorrida por un vehículo que viaja en línea recta se puede modelar con $\boldsymbol{x(t) = 3t^2 + 0.2t}$, donde $\boldsymbol{x(t)}$, está expresado en metros y $\boldsymbol{t}$,en segundos.

¿Qué distancia ha recorrido al cabo de 10 segundos?

Para saber la distancia, debemos reemplazar en la función $\boldsymbol{x(t)}$, el valor de $\mathbf{t = 10}$.

$x(t = 10) = 3 \cdot 10^2 + 0{,}2 \cdot 10$
$x(t = 10) = 3 \cdot 100 + 2$
$x(t = 10) = 302$
Al cabo de 10 m segundos el vehículo lleva una distancia de $302\ m$.

¿Cómo podemos saber cuánto tiempo ha transcurrido cuando el chofer del vehículo ha recorrido una distancia de 7510 m desde su partida?

En este caso tenemos la distancia en metros y nos piden el tiempo en segundos que ha transcurrido para llegar a los 7510 m, por lo tanto, tenemos que reemplazar en la variable dependiente y despejar $\mathbf{t}$

$x(t) = 3t^2 + 0.2t,$
$7510 = 3t^2 + 0.2t \quad , iguala\ a\ cero$
$3t^2 + 0.2t - 7510 = 0 \quad /aplica\ la\ fórmula\ general$

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, sabiendo\ que\ a = 3, b = 0{,}2\ y\ c = -7510$$

$$t = \frac{-0{,}2 \pm \sqrt{0{,}2^2 - 4 \cdot 3 \cdot -7510}}{2 \cdot 3}$$

$$t = \frac{-0{,}2 \pm \sqrt{90\,120{,}04}}{6}$$

$$t = \frac{-0{,}2 \pm 300{,}2}{6}$$

$$t1 = \frac{-0{,}2 + 300{,}2}{6} = \frac{300}{6} = 50\ segundos$$

.

$$t2 = \frac{-0{,}2 - 300{,}2}{6} = \frac{300}{6} = -50.0\overline{6}\ segundos.$$

Si nos damos cuenta, tenemos dos resultados posibles, pero el correcto es el que tiene coherencia, si el vehículo avanza 7510 metros tiene que haberse demorado 50 segundos. No podemos usar el segundo valor, pues el tiempo solo se mide en valores positivos.

Instrucciones: Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

4 **OA3**

El ancho de un rectángulo tiene una medida de x cm, mientras que el largo tiene una medida de $(12 - x\ )cm$. ¿Qué medida debe tener el ancho del rectángulo para que su área sea máxima?

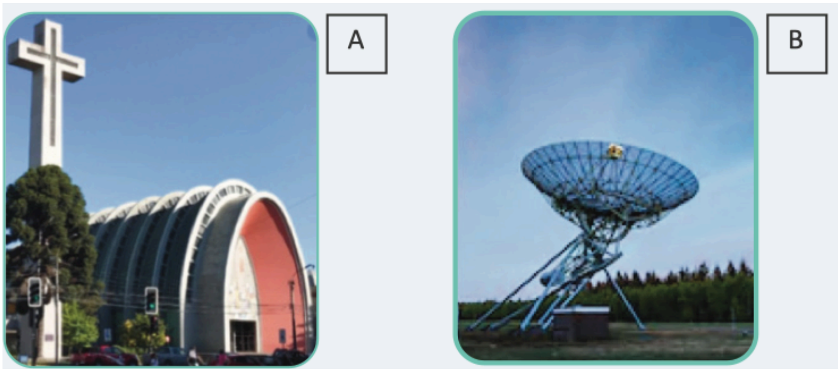
a) $6\ cm.$
b) $12\ cm.$
c) $8\ cm.$
d) $36\ cm.$

5 **OA3**

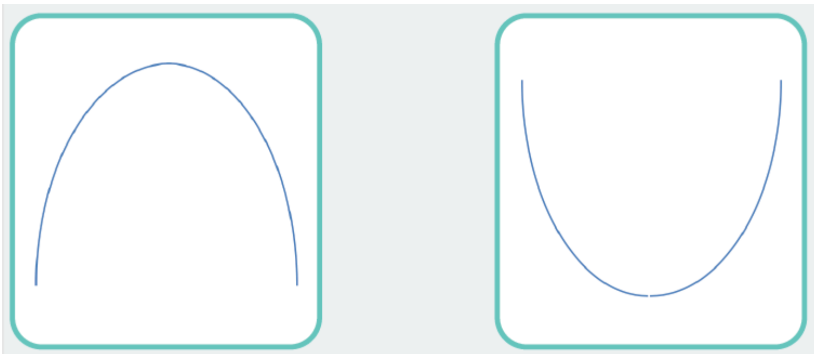
La distancia recorrida por un vehículo que viaja en línea recta se puede modelar con $x(t) = 2t^2 + 0.1t$, donde $x(t)$ está expresado en metros y t en segundos. ¿Qué distancia ha recorrido al cabo de 1 minuto?

a) $2.1\ m.$
b) $7206\ m.$
c) $7200{,}1\ m.$
d) $200{,}1\ m.$

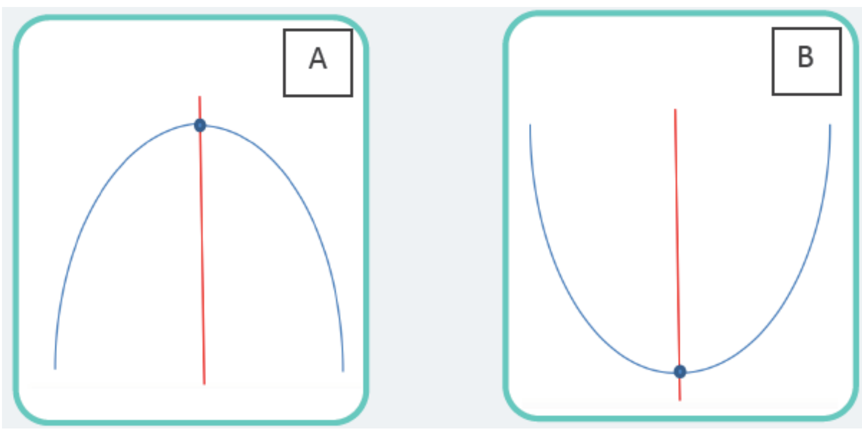
Como ya sabemos las funciones de segundo grado, son aquellas que se definen de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde a, b y c son números reales y $a \neq 0$. Además, vimos que la gráfica de la función cuadrática es una curva en el plano llamada parábola. Veamos las siguientes imágenes:



Si nos fijamos en las fotos tenemos la catedral de la ciudad de Chillan y una antena parabólica satelital. En ambos casos podemos ver curvas, pero tenemos una diferencia. Vamos a hacer una proyección de ambas par bolas:



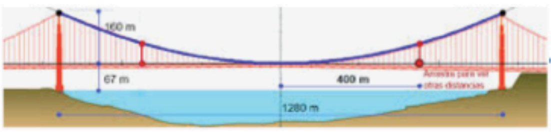
Al ver la proyección de las curvas nos damos cuenta que tienen distinto sentido, es decir, la primera se abre hacia abajo y la segunda se abre hacia arriba. A esta característica de las parábolas se le denomina concavidad. En el caso A diremos que tiene concavidad negativa o que es convexa, mientras que el caso B diremos que hay una concavidad positiva o cóncava.



Si en ambos casos trazamos el eje de simetría como se ve en las imágenes, podemos identificar un punto en donde se corta la curva y el eje, a este punto lo llamaremos vértice de la parábola y nos indica donde la curva cambia de crecimiento. En el caso A el vértice es el punto más alto en donde la parábola llega y se denomina máximo, en el caso B el vértice es el punto más bajo y se denomina mínimo.

Cabe recalcar que solo en las parábolas convexas o con concavidad hacia abajo (con $a < 0$) tiene un máximo y en las cóncavas o con concavidad hacia arriba (con $a > 0$) tiene un mínimo.

Actividad: De acuerdo con la información anterior, determine en las siguientes imágenes si dichas parábolas son cóncava o convexa y además si tiene un mínimo o máximo.



<u>Instrucciones</u>: Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

6 **OA3**

Cuando la concavidad de una parábola es negativa, gráficamente se ve:

a) Una curva con sus ramas hacia arriba
b) No se ve una curva
c) Una curva con sus ramas hacia abajo
d) Una circunferencia

7 **OA3**

Si en una función cuadrática, al trabajarla como una ecuación, no se encuentran soluciones, entonces gráficamente:

a) No hay intersecciones con el eje “x”
b) La parábola corta en un solo punto al eje “x”
c) La parábola corta en dos puntos al eje “x”
d) La parábola no tiene concavidad.

8 **OA3**

De acuerdo con la función $\boldsymbol{f(x) = x^2 - 14\,x + 49}$, ¿cuántas intersecciones tiene su parábola con el eje “x”?

a) Solo una intersección
b) No hay intersecciones
c) Dos intersecciones
d) Tres intersecciones

9 **OA3**

Observa la siguiente función:

$$m(x) = 2x^2 - 4{,}5x + 1$$

¿En qué punto la curva pasa por el eje y?

a) (0,1)
b) (1,0)
c) (0,0)
d) (2,1)

10 **OA3**

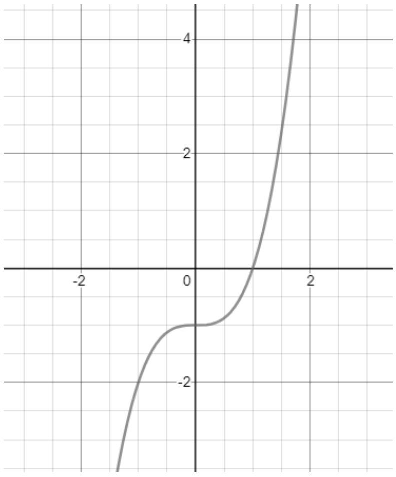
Observa la siguiente función: $f(x) = x^2 - 4x + 5$. Si la función se gráfica en el plano cartesiano, ¿en qué punto la curva pasa por el eje Y?

a) $(5{,}0)$
b) $(-4{,}0)$
c) $(0{,}0)$
d) $(0{,}5)$

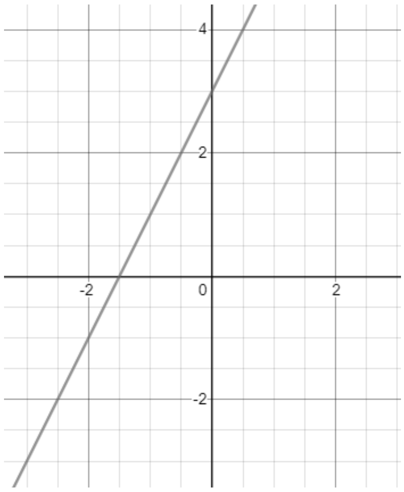
11 **OA3**

¿Cuál de las siguientes gráficas de funciones, corresponde a una función cuadrática?

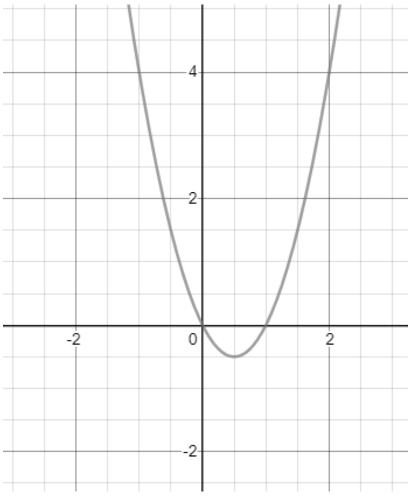
a)



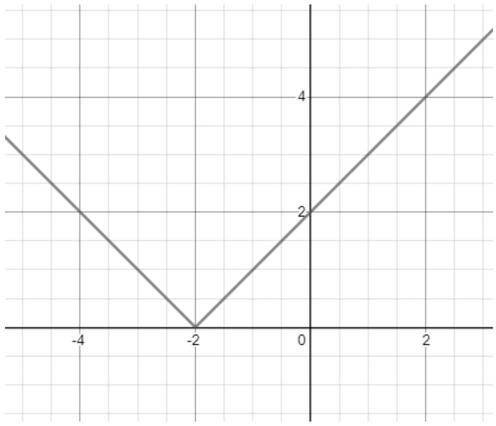
b)



c)



d)



12 **OA3**

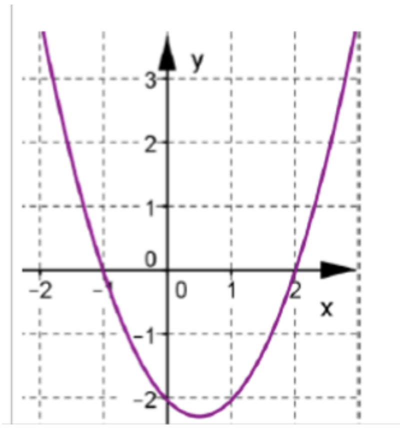
Observa la función: $\mathbf{y = 2x^2 - 4x - 6}$ ¿En qué puntos intersecta la función al eje X y al eje Y?

	Intersección con el eje X	Intersección con el eje Y
A)	$(3, 0)$ y $(-1, 0)$	$(0, -6)$
B)	$(-3, 0)$ y $(1, 0)$	$(0, -6)$
C)	$(3, 0)$ y $(-1, 0)$	$(0, 6)$
D)	$(3, 0)$ y $(-1, 0)$	$(0, -3)$

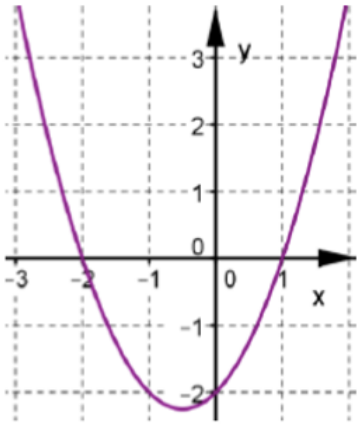
13 **OA3**

¿Cuál de las siguientes funciones cuadráticas, corresponde a una función $f(x) = -x^2 + x + 2$?

a)

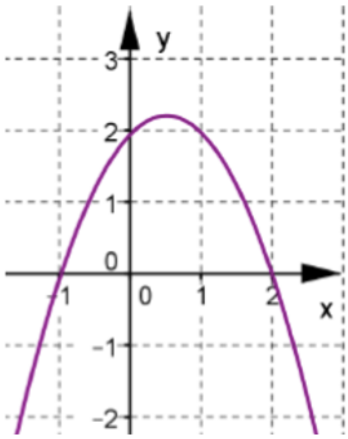


b)



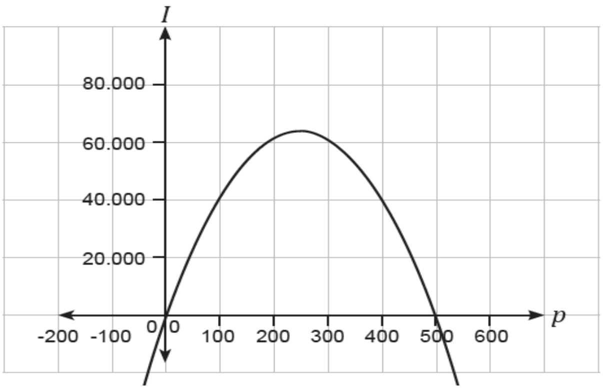
c)

d)



14 **OA2**

Una empresa produce pantalones. El siguiente gráfico relaciona los ingresos (I) que obtienen al producir p pantalones: ¿Cuánto es el ingreso al producir 300 pantalones?



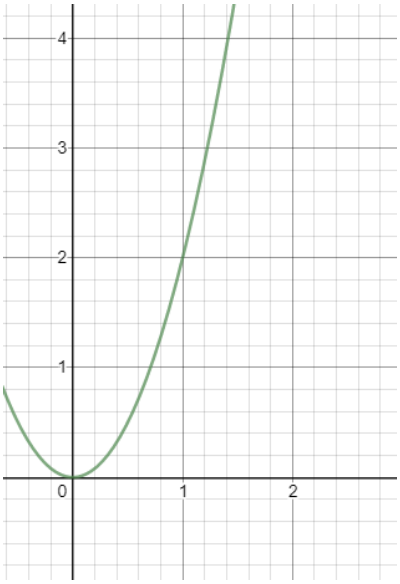
a) 30.000
b) 60.000
c) 60.300
d) 100.000

15 **OA2**

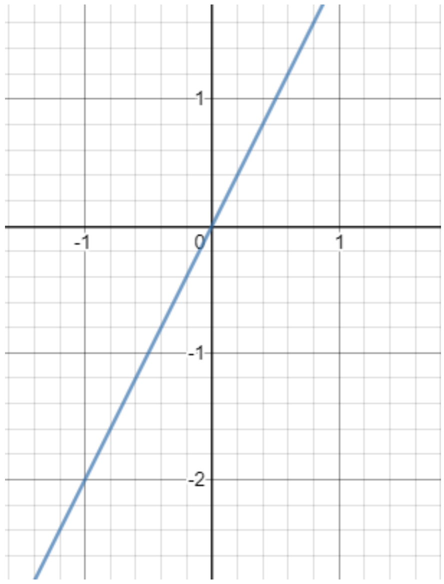
¿Cuál de las siguientes gráficas de funciones, corresponde a una función cuadrática?

x	$f(x)$
0	0
1	2
2	18
3	32
4	
5	
6	

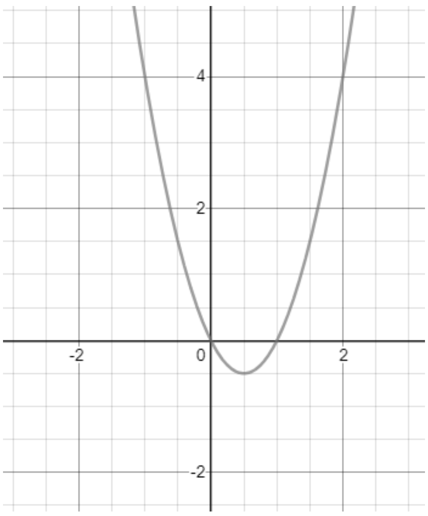
a)



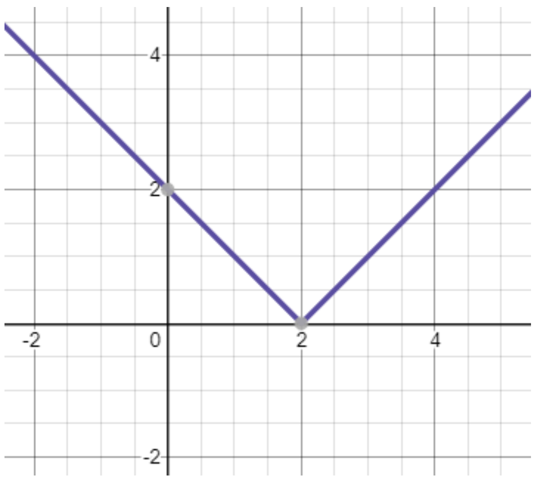
b)



c)



d)



16 **OA2**

¿Cuáles son las soluciones de la siguiente ecuación cuadrática, $x^2 - 5x + 6$

a) $x_1 = 5$; $x_2 = 6$
b) $x_1 = 2$; $x_2 = 3$
c) $x_1 = 2$; $x_2 = -3$
d) $x_1 = -5$; $x_2 = 6$

17 **OA3**

Observa la siguiente ecuación cuadrática: $(x-2)(x+5) = 0$
¿Cuáles son sus soluciones?

a) $x_1 = 2$; $x_2 = 5$
b) $x_1 = -2$; $x_2 = 5$
c) $x_1 = 2$; $x_2 = -5$
d) $x_1 = -2$; $x_2 = -5$

18 **OA3**

¿Cuáles de las siguientes ecuaciones NO tiene solución en los números Reales?

a) $x^2 - 49 = 0$
b) $x^2 - 4x - 5 = 0$
c) $x^2 + 2x + 1 = 0$
d) $x^2 + 2x + 2 = 0$

19 **OA3**

¿Cuáles de las siguientes ecuaciones tiene SÓLO UNA solución?

a) $x^2 - 4 = 0$
b) $x^2 - x - 6 = 0$
c) $x^2 + 2x + 1 = 0$
d) $x^2 + x + 4 = 0$

20 **OA3**

¿Cuál de las siguientes ecuaciones tiene una sola solución?

a) $x^2 - 36 = 0$
b) $x^2 - 6x + 9 = 0$
c) $x^2 - 6x + 8 = 0$
d) $x^2 + 4x - 5 = 0$