

Guía N°6 Matemática
Primero Medio

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha: _____

Asignatura: Matemática.

OA 4. Resolver sistemas de ecuaciones lineales (2x2) relacionados con problemas de la vida diaria y de otras asignaturas, mediante representaciones gráficas y simbólicas, de manera manual y/o con software educativo.

OA 8. Mostrar que comprenden el concepto de homotecia.

OA 14. Desarrollar las reglas de las probabilidades, la regla aditiva, la regla multiplicativa y la combinación de ambas, de manera concreta, pictórica y simbólica, de manera manual y/o con software educativo, en el contexto de la resolución de problemas.

ECUACIONES

En matemática se llama **ecuación** a la igualdad entre dos expresiones algebraicas, que serán denominados miembros de la **ecuación**. En las **ecuaciones**, aparecerán relacionados a través de operaciones matemáticas, números y letras (incógnitas).

$$\text{Ejemplo 1: } 2x + 9 = 11$$

$$\text{Ejemplo 2: } 3x + 5y = 9$$

$$\text{Ejemplo 3: } 2 = -x + 3$$

En estos ejemplos se puede observar lo siguiente:

- Hay una expresión escrita a la izquierda del signo igual y una expresión escrita a la derecha del signo igual.
- La expresión que está antes del signo igual recibe el nombre de **primer miembro**, la expresión que está a la derecha del signo igual se llama **segundo miembro**.
- En una ecuación puede haber más de una incógnita; es decir, más de un valor desconocido.

¿Cuándo está resuelta una ecuación?

Una ecuación está resuelta cuando se ha encontrado el o los valores de la o las incógnitas que hacen verdadera la igualdad. Este valor recibe el nombre de **raíz** o **solución**.

¿Cómo resolvemos una ecuación?

Para resolver una ecuación, tenemos que despejar la incógnita presente en la expresión. Para eso, debemos seguir los siguientes pasos:

Ejemplo 1:

$$2x + 9 = 11$$

Tenemos que identificar los términos que están en el lado que se encuentra la incógnita. Para eliminarlos debemos agregar el **inverso aditivo** del término que queremos eliminar. En este ejemplo nos molesta el **+ 9**, así que agregamos un **- 9** (el inverso aditivo de +9) en ambos lados del signo igual.

$$2x + 9 = 11 \quad / -9$$

$$2x + 9 - 9 = 11 - 9$$

$$2x = 2$$

Ahora, para poder despejar la incógnita x debemos eliminar el número 2 que acompaña a la incógnita. Algebraicamente hay una multiplicación entre el número 2 y la incógnita x , así que debemos colocar su inverso multiplicativo que sería $\frac{1}{2}$, que es lo mismo que $\div 2$ y así poder eliminar el número (en ambos lados de la igualdad).

$$2x = 2 \quad / \div 2$$

$$2x \div 2 = 2 \div 2$$

$$1x = 1$$

$$x = 1$$

Así, encontramos el valor de la incógnita en este ejemplo, para que se cumpla con la igualdad, x toma el valor de 1.

Observación: si la incógnita se encuentra al lado derecho del igual, el procedimiento es el mismo.

Ejercicios I. Resolver las siguientes ecuaciones, encontrando el valor de la incógnita:

A) $x + 12 = 13$	B) $4x - 19 = -3$
C) $1 + x = 5 + 2$	D) $9 = 2x - 5$

E) $-x + 4 = 6$	F) $x - 17 = -7x + 7$
-----------------	-----------------------

*la incógnita no puede quedar con valor negativo así que para eliminar el signo (-) multiplicamos por -1 al final del ejercicio cambiando el signo de ambos lados de la igualdad.

** la incógnita solo puede estar en un lado de la igualdad, así que, si está en ambos lados debemos eliminarla de un lado al igual que como se despeja un número, agregando su inverso aditivo.

¿Qué pasa si la ecuación tiene dos o más incógnitas?

Para resolver este tipo de ejercicios, debemos dejar la ecuación en **"función"** de una de sus incógnitas despejando su lado de la igualdad (La incógnita a despejar se indica en el ejercicio).

Ejemplo 2:

$$3x + 5y = 9$$

Este ejemplo tiene 2 incógnitas en el lado izquierdo de la igualdad, así que dejaremos la ecuación en **función de y**, despejando la incógnita. Aplicamos el mismo procedimiento para despejar la incógnita y agregando el inverso aditivo de $3x$ que es $-3x$ en ambos lados de la igualdad.

$$3x - 3x + 5y = 9 - 3x$$

$$5y = 9 - 3x$$

Eliminamos el 5 que acompaña la incógnita **"y"** aplicando el inverso multiplicativo de 5, que sería $\frac{1}{5}$, que es lo mismo que $\div 5$ en ambas partes de la igualdad.

$$5y = 9 - 3x \quad / \div 5$$

$$5y \div 5 = (9 - 3x) \div 5$$

$$y = \frac{9 - 3x}{5}$$

Así, despejamos la incógnita escogida quedando en **función de y**.

Ejercicios II. Resolver las siguientes ecuaciones, expresando el resultado en función de la incógnita que se solicita:

1. Despejar la ecuación en función de y. $x + y = 8$	2. Despejar la ecuación en función de y. $4x + y = -3$
3. Despejar la ecuación en función de y. $-6x + 2y = 10$	4. Despejar la ecuación en función de y. $9x - y = 27$
5. Despejar la ecuación en función de y. $5y - 2x - 3 = 0$	6. Despejar la ecuación en función de y. $7x - 3y = 10 - 2x$

SISTEMA DE ECUACIONES

¿Qué es un sistema de ecuaciones?

Es un conjunto de dos o más ecuaciones que contiene a su vez dos o más incógnitas, dichas ecuaciones tienen relación entre sí, ya que, el valor de las incógnitas satisface todas las ecuaciones al mismo tiempo.

La forma general de un sistema de ecuaciones de primer grado es:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \quad \text{donde } a_1, b_1, c_1, a_2, b_2 \text{ y } c_2 \text{ son números reales.}$$

Se denomina **solución del sistema** a todo par (x, y) que **satisfaga simultáneamente** ambas ecuaciones.

OBSERVACIÓN: Cada ecuación de un sistema de ecuaciones, representa una línea recta en un sistema de ejes coordenados.

ACTIVIDAD: Plantear el sistema de ecuaciones correspondiente a cada problema.

1. Hallar dos números sabiendo que su suma es 15 y su resta es 3.	2. La suma de dos números es 57 y la resta entre ellos es 13. ¿Cuáles son los números?
---	--

3. En un taller se cambió neumáticos a 40 vehículos, entre autos y motos. Si se cambiaron en total 100 neumáticos, ¿a cuántos autos y a cuántas motos se les cambió neumáticos?	4. En la academia de baile de un liceo participan 86 alumnos en total y se sabe que hay 14 mujeres más que hombres en la academia. ¿Cuántas mujeres y cuántos hombres están participando de la academia?
---	--

Métodos de resolución de sistema de ecuaciones

Para resolver un sistema de ecuaciones lineales, se pueden utilizar métodos de resolución. El primero que estudiaremos es el Método de Reducción.

MÉTODO DE REDUCCIÓN:

Este método, busca eliminar una de las dos incógnitas mediante el uso de una suma algebraica. Esta eliminación puede darse de dos maneras:

1. La manera directa, es cuando nos damos cuenta que, sumando o restando nuestras ecuaciones desaparece una de nuestras incógnitas.

Veamos el siguiente ejemplo,

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 6 \end{cases}$$

Sumamos hacia abajo y nos damos cuenta que una incógnita se elimina, pues, su coeficiente se vuelve cero. Continuamos resolviendo la ecuación de primer grado que hemos creado para obtener el valor de la primera incógnita.

$$\begin{array}{r} x + \cancel{y} = 4 \\ x - \cancel{y} = 6 \\ \hline 2x = 10 \end{array}$$

Despejamos la incógnita, de la ecuación lineal resultante

$$\begin{array}{l} 2x = 10 \\ x = 10/2 \\ x = 5 \end{array}$$

Como paso final sustituimos el valor en una de las ecuaciones originales, es recomendable sustituirla dentro de un paréntesis en cada parte que se encuentre la incógnita. Realizamos las operaciones correspondientes para resolver esta segunda ecuación de primer grado y de esta manera obtendremos la segunda incógnita. Reemplazamos en la primera ecuación (se puede reemplazar en cualquiera de las dos ecuaciones).

$$\begin{array}{l} x + y = 4 \\ (5) + y = 4 \\ y = 4 - 5 \\ \mathbf{y = -1} \end{array}$$

Con esto quedaría resuelto nuestro sistema de ecuaciones encontrando el valor de ambas incógnitas,

$$x = 5 \wedge y = -1$$

2. Esta forma se realiza de la siguiente manera: Necesitamos preparar las dos ecuaciones, multiplicándolas por números según corresponda. Veamos el siguiente ejemplo,

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x + 4y = 6 \end{cases}$$

En este caso, vamos a reducir la incógnita x , por lo tanto, multiplicaremos la primera ecuación por -2 (recordar que se debe multiplicar TODA la ecuación)

$$\begin{array}{r} x + y = 8 \\ 2x + 4y = 6 \end{array} \quad / \cdot -2$$

Al multiplicar queda de la forma,

$$\begin{array}{r} -2x - 2y = -16 \\ 2x + 4y = 6 \end{array}$$

Luego, resolvemos la ecuación aplicando el método del ejercicio anterior (suma algebraica hacia abajo)

$$\begin{array}{r} -2x - 2y = -16 \\ \underline{2x + 4y = 6} \\ 2y = -10 \\ y = -10/2 \\ \mathbf{y = -5} \end{array}$$

Ahora, reemplazamos en cualquiera de las ecuaciones del sistema anterior, escogemos la ecuación 2 para reemplazar el valor de y

$$\begin{array}{r} 2x + 4y = 6 \\ 2x + 4(-5) = 6 \\ 2x - 20 = 6 \end{array}$$

Despejamos la incógnita

$$\begin{array}{r} 2x = 6 + 20 \\ 2x = 26 \\ x = 26 \div 2 \\ \mathbf{x = 13} \end{array}$$

Con esto quedaría resuelto nuestro sistema de ecuaciones encontrando el valor de ambas incógnitas,

$$x = 13 \wedge y = -5$$

ACTIVIDAD: Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones, utilizando el método de reducción para encontrar el valor de las incógnitas.

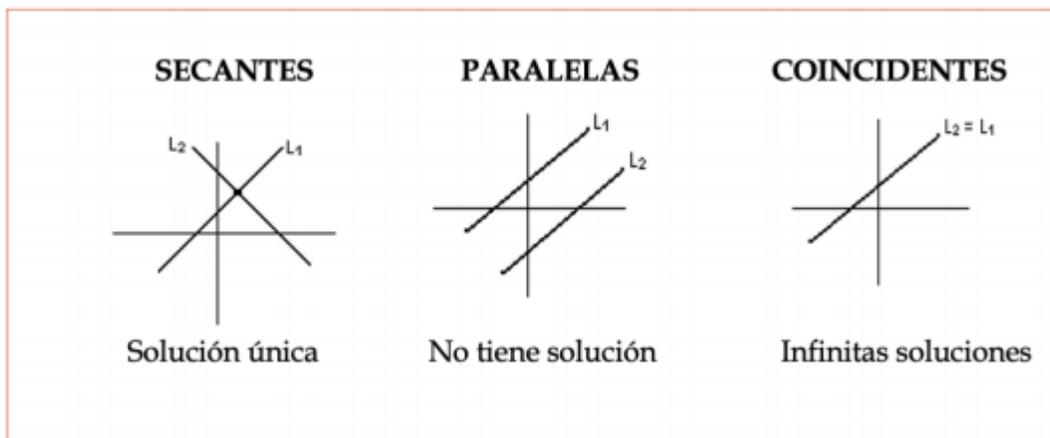
1. $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x - 2y = 6 \end{cases}$	2. $\begin{cases} x + 4y = 9 \\ -2x + 3y = 4 \end{cases}$
3. $\begin{cases} 2x - y = 14 \\ 3x + y = 6 \end{cases}$	4. $\begin{cases} 5x + y = -8 \\ x + y = 4 \end{cases}$

METODO GRAFICO

El método gráfico consiste en representar las gráficas asociadas a las ecuaciones del sistema para deducir su solución.

Para resolver gráficamente un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, se representan ambas rectas en un sistema de ejes coordenados, con lo cual surge una de las siguientes posibilidades:

- i) Las rectas **secantes** se intersectan en un punto, cuyas coordenadas (x,y) es la única solución del sistema (figura 1).
- ii) Las dos rectas son **paralelas** (no se intersectan), por lo tanto, no hay solución (figura 2).
- iii) Las dos rectas coinciden, dando origen a infinitas soluciones (figura 3).



En relación al sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} Ax + By = C \\ Dx + Ey = F \end{cases}$$

Para representar una ecuación en un plano cartesiano (graficar) construimos una tabla de valores en la que debemos dar valores a x para encontrar valores de y .

Recordemos que para graficar una recta debemos tener al menos dos puntos en el plano, así podemos trazar la recta correspondiente. El punto en que ambas rectas se intercepten será el valor o solución del sistema de ecuaciones representado de la forma (x, y) .

Ejemplo: Para representar de forma gráfica un sistema de ecuaciones debemos seguir los siguientes pasos, utilizaremos el siguiente sistema de ecuaciones para explicar el método:

$$\begin{cases} -2x + y = 0 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

1° Paso: Despejar la incógnita y en cada ecuación

$$\textcircled{1} \quad -2x + y = 0$$

$$y = 0 + 2x$$

$$y = 2x$$

$$\textcircled{2} \quad x + y = 3$$

$$y = 3 - x$$

2° Paso: Construimos una tabla de valores para ambas ecuaciones despejadas, nos damos valores para la variable X los que reemplazaremos en la ecuación. En este caso usaremos $x = 0 \wedge x = 2$ (estos números los eligen ustedes, pueden ser cualquier número). Encontrando el punto (x,y) que posteriormente graficaremos.

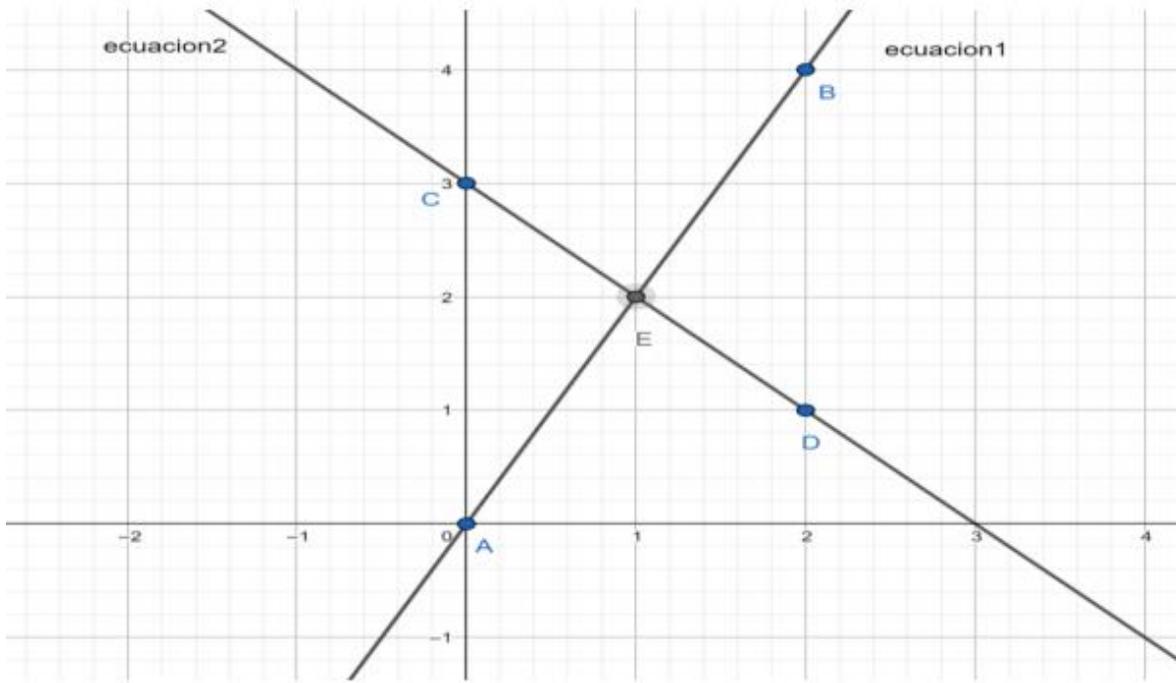
Para la ecuación $\textcircled{1}$ queda

X	$y = 2x$	y	(x, y)
0	$y = 2 \cdot 0 = 0$	0	(0,0)
2	$y = 2 \cdot 2 = 4$	4	(2,4)

Para la ecuación $\textcircled{2}$ queda

X	$y = 3 - x$	y	(x, y)
0	$y = 3 - 0 = 3$	3	(0,3)
2	$y = 3 - 2 = 1$	1	(2,1)

3º Paso: Graficamos los valores obtenidos (x, y) de ambas ecuaciones en un plano cartesiano.



Nos damos cuenta de que el punto de intersección de nuestras rectas formadas por las ecuaciones corresponde al punto $(1, 2)$ el cual es la solución a nuestro sistema de ecuaciones anterior.

Finalmente, el sistema de ecuaciones $\begin{cases} -2x + y = 0 \\ x + y = 3 \end{cases}$ tiene como solución $x=1 \wedge y=2$.

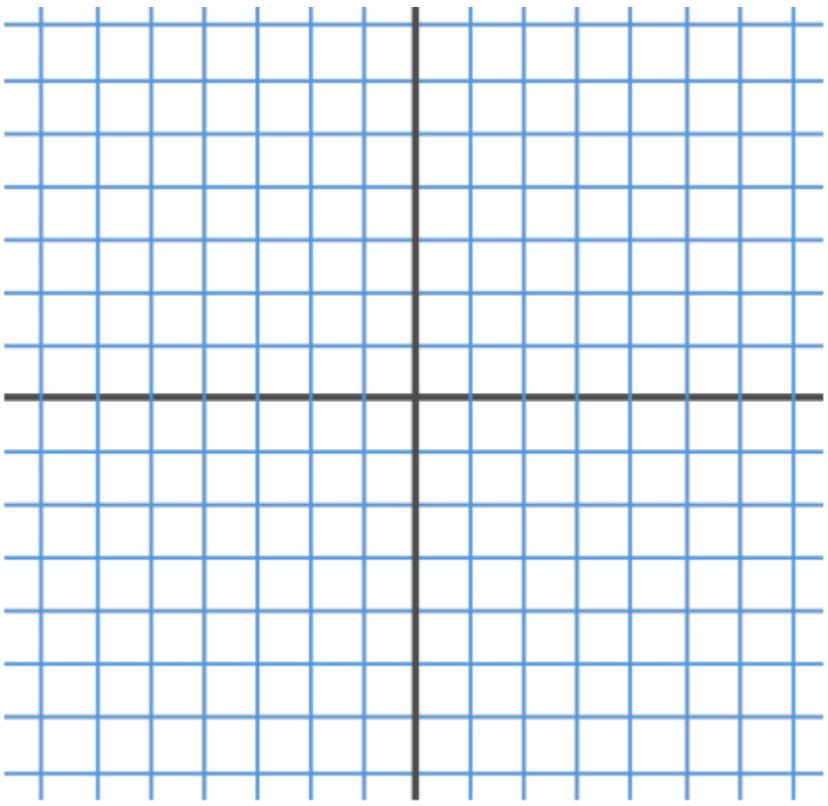
ACTIVIDAD: Grafica las ecuaciones correspondientes y encuentra la solución al sistema.

1.

$$\begin{cases} 2x - y = 2 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$$

$2x - y = 2$	
x	y

$3x - y = 3$	
x	y



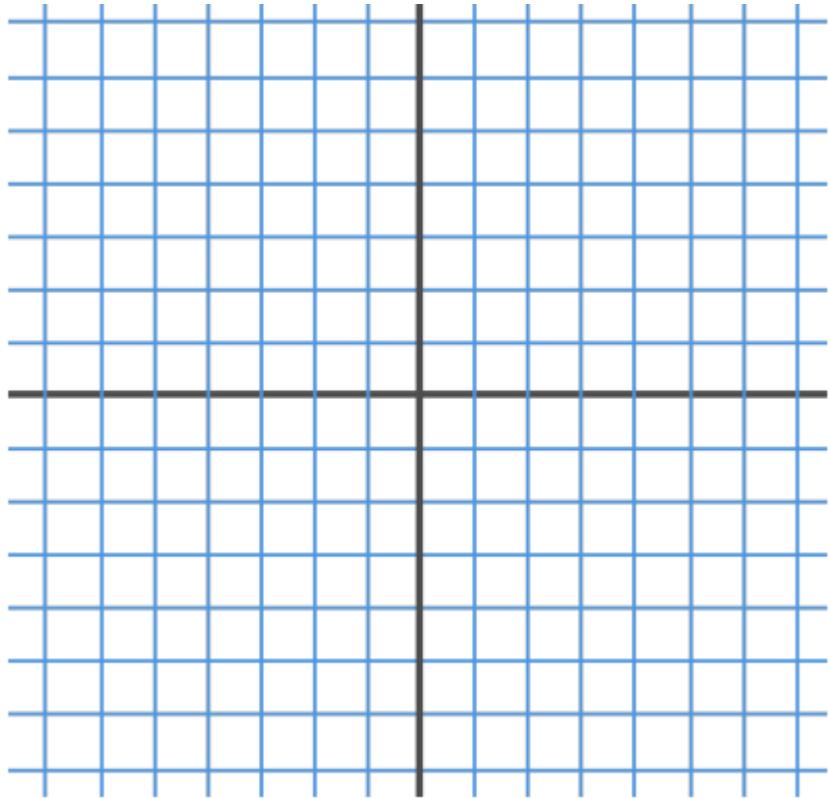
La solución del sistema es: $(x,y)=$

2.

$$\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$$

$x - 2y = 4$	
x	y

$2x + 3y = 1$	
x	y



La solución del sistema es: $(x,y)=$

Instrucciones: A continuación, usted encontrará preguntas de selección múltiple. Lea atentamente, resuelva y ENCIERRE EN UN CÍRCULO la letra de la alternativa correcta.

1. En un estacionamiento hay autos (x) y motos (y), que en total son 24 vehículos. Si la diferencia entre la cantidad de autos y motos es 7, ¿Con cuál sistema de ecuaciones se puede saber la cantidad de autos y motos que hay en el estacionamiento?

A) $\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 24 \end{cases}$

B) $\begin{cases} x - 7 \cdot y = 24 \\ x + y = 7 \end{cases}$

C) $\begin{cases} x + y = 24 \\ x - y = 7 \end{cases}$

D) $\begin{cases} 7 \cdot x + y = 24 \\ x - 7 \cdot y = 7 \end{cases}$

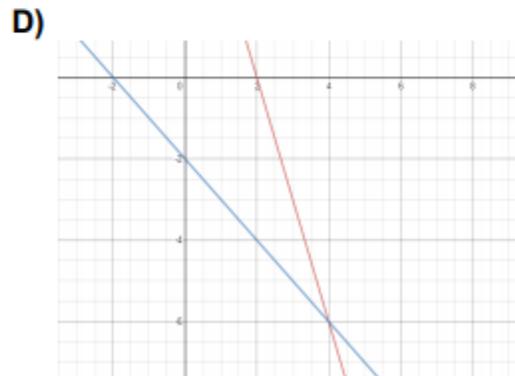
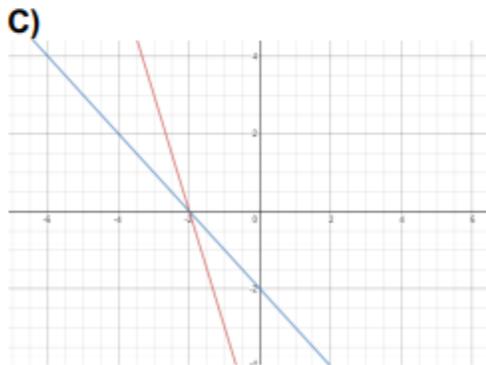
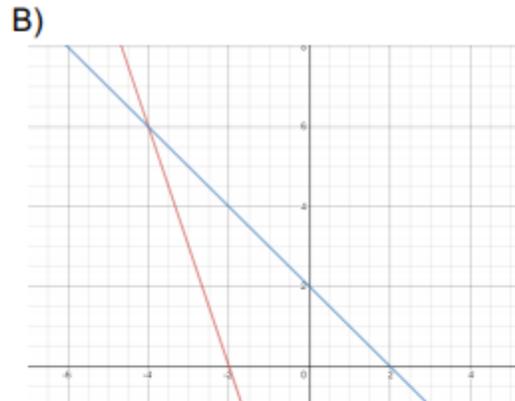
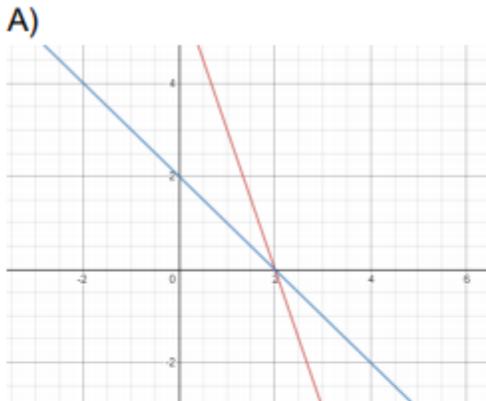
2. ¿Cuál de las alternativas muestra la solución al siguiente sistema de ecuaciones?

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$$

- A) $x = 0 ; y = -2$
 B) $x = -2 ; y = 0$
 C) $x = 0 ; y = 2$
 D) $x = 2 ; y = 0$

3. ¿Cuál de los gráficos muestra la solución al siguiente sistema de ecuaciones?

$$\begin{cases} 3x + y = -6 \\ x + y = 2 \end{cases}$$



4. A un circo entraron 500 personas entre adultos y niños. El valor de la entrada era de \$ 1800 por adulto y \$ 700 por niño. Si por la venta de entradas se recaudó \$ 548.000. ¿Con cuál de los siguientes sistemas se puede determinar el número de adultos (x) y el número de niños (y) que asistieron al circo?

- A) $\begin{cases} x \cdot y = 500 \\ 1800x + 700y = 548.000 \end{cases}$
- B) $\begin{cases} x + y = 500 \\ 1800y + 700x = 548.000 \end{cases}$
- C) $\begin{cases} x \cdot y = 500 \\ 1800y + 700x = 548.000 \end{cases}$
- D) $\begin{cases} x + y = 500 \\ 1800x + 700y = 548.000 \end{cases}$

5. Determina los valores de x e y respectivamente, dado el sistema:

$$\begin{cases} 7x + 4y = 13 \\ 5x - 2y = 19 \end{cases}$$

- A) -2 y 3
- B) 3 y -2
- C) 2 y -3
- D) -3 y -2

6. Al resolver el sistema $2x + y = 50$, se tiene $3(x + y)$ es igual a:
 $4x - 5y = 30$

- A) 20
- B) 30
- C) 60
- D) 90

7. Un grupo de 21 personas se reúne en una fiesta. Se sabe que el número de hombres(h) es igual al doble del número de mujeres(m). ¿Cuál de los siguientes sistemas representa mejor el enunciado anterior?

A) $\left. \begin{array}{l} m + 2h = 21 \\ m = 2h \end{array} \right\}$

B) $\left. \begin{array}{l} m + h = 21 \\ h = 2m \end{array} \right\}$

C) $\left. \begin{array}{l} m + h = 21 \\ m = 2h \end{array} \right\}$

D) $\left. \begin{array}{l} m + h = 21 \\ m + 2h = 0 \end{array} \right\}$

8. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{array}{l} 3x + 2y = 35 \\ -9x + 5y = -127 \end{array}$$

Las soluciones son:

	x	y
A)	13	-2
B)	-13	2
C)	6	3
D)	-6	-3

9. La solución del sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{array}{l} x - 2y = 5 \\ 2x - y = 7 \end{array} \right\}$$

es el punto:

- A) (4,-1)
- B) (-3,1)
- C) (3,-1)
- D) (-3,-1)

10. El punto $x = 2$ y $y = -4$, es solución del sistema

A) $\left. \begin{array}{l} 2x - 3y = 16 \\ x + 2y = 10 \end{array} \right\}$

B) $\left. \begin{array}{l} 2x - 3y = 16 \\ x - 2y = 10 \end{array} \right\}$

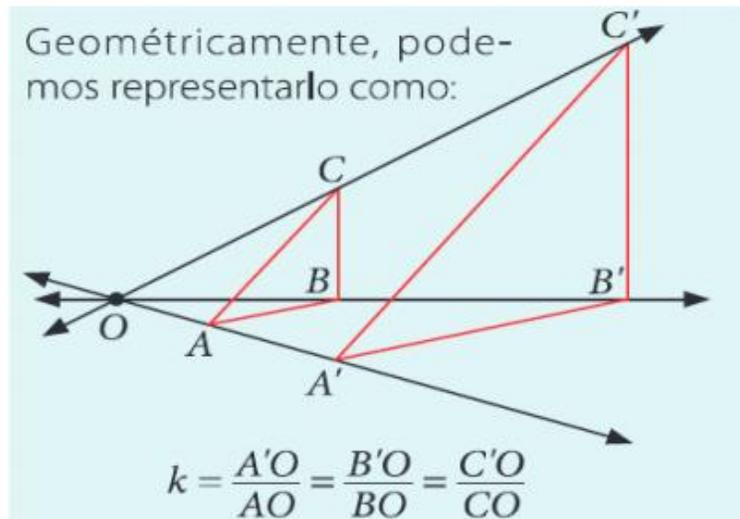
C) $\left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 16 \\ x + 2y = 10 \end{array} \right\}$

D) $\left. \begin{array}{l} x + 3y = 16 \\ x + 2y = 10 \end{array} \right\}$

HOMOTECIA

¿Qué es homotecia?

Es una transformación geométrica que permite obtener una figura con igual forma a otra. Dos figuras son homotéticas, si al unir mediante rectas sus vértices correspondientes estas rectas concurren en un único punto, llamado **centro de homotecia (O)**. En una homotecia, la razón entre la distancia del centro de homotecia (O) al vértice de la figura imagen y la distancia del centro de homotecia (O) al vértice de la figura original se llama **razón de homotecia(k)**.



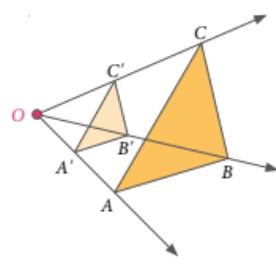
Dado lo anterior podemos decir que una homotecia es la transformación de una figura, recta o coordenada en una similar que mantiene la misma forma que la original, es decir, esta figura puede ampliar su tamaño, reducir su tamaño o cambiar de orientación según el factor de homotecia dado (lo explicaremos más adelante).

Un ejemplo común de homotecia es al tomar una fotografía, dado que reduce el tamaño original a un plano más pequeño, sin perder la forma de la imagen.



Para aplicar homotecia debemos multiplicar la figura o coordenada por un factor de homotecia k , que cumple con las siguientes condiciones:

1. Si $k > 0$, es una **homotecia directa** y se tienen los siguientes casos:

Valor de la razón k	Descripción	Gráfica
$0 < k < 1$	La figura resultante es una reducción de la figura original y ambas figuras están al mismo lado del centro de homotecia (O).	

$k = 1$	<p>La figura resultante es congruente con la figura original.</p>	
$k > 1$	<p>La figura resultante es una ampliación de la figura original y ambas figuras están al mismo lado del centro de homotecia (O).</p>	

2. Si $k > 0$, es una **homotecia inversa** y se tienen los siguientes casos:

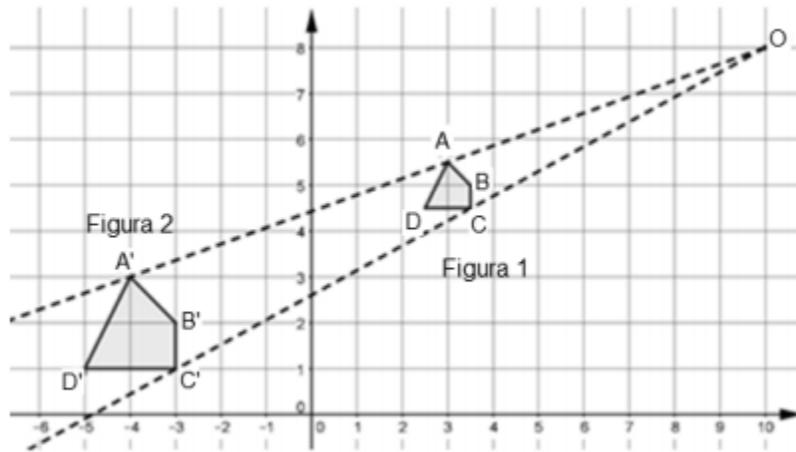
Valor de la razón k	Descripción	Gráfica
$-1 < k < 0$	<p>La figura resultante es una reducción de la figura original y el centro de homotecia (O) está ubicado entre ambas figuras.</p>	
$k = -1$	<p>La figura resultante es congruente con la figura original y corresponde a una rotación alrededor del centro O en un ángulo de 180°.</p>	
$k < -1$	<p>La figura resultante es una ampliación de la figura original y el centro de homotecia (O) está ubicado entre ambas figuras.</p>	

Propiedades de la homotecia.

- El único punto invariante (punto que no varía) de una homotecia es el centro de homotecia.
- Las rectas que pasan por el centro de homotecia son rectas invariantes.
- Las rectas que contienen segmentos homólogos son paralelas, y la razón de dichos segmentos coincide con la razón de homotecia.
- Una homotecia conserva el sentido de las figuras.
- Una homotecia de razón $k = 1$ transforma cada punto en sí mismo. Recibe el nombre de Identidad.
- Si la razón de homotecia es $k = -1$, se trata de una simetría central.

Instrucciones: A continuación, usted encontrará preguntas de selección múltiple. Lea atentamente, resuelva y **ENCIERRE EN UN CÍRCULO** la letra de la alternativa correcta.

1. Observa la siguiente imagen que muestra una homotecia producida a partir de la figura.

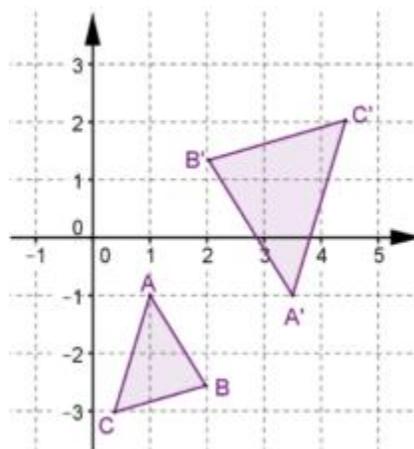


Si la distancia entre el punto O y el punto A es 7 cm y la distancia entre el punto O y el punto A' es 14 cm, ¿Cuál es la razón de homotecia?

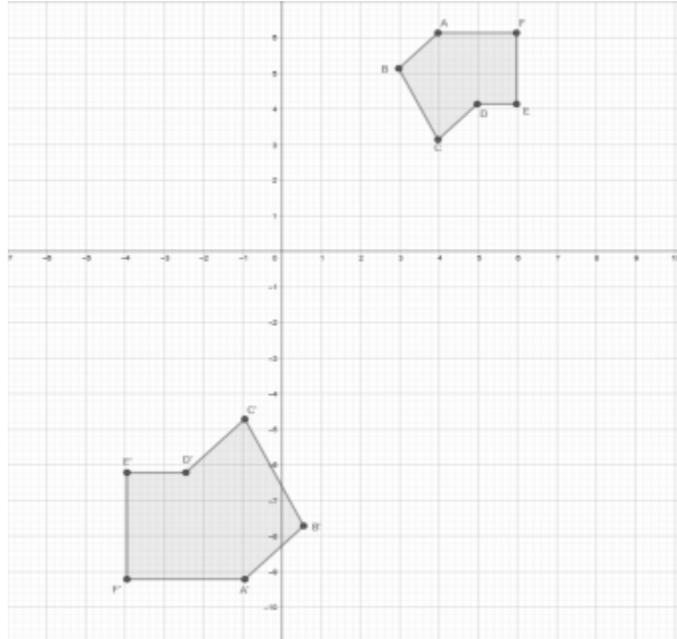
- A) 1
B) 2
C) 7
D) 14

2. En la figura se presenta el triángulo ABC y su homotético A'B'C'. ¿Cuáles son las coordenadas del centro de homotecia?

- A) (2, -1)
B) (2, 0)
C) (1, 1)
D) (2, 1)



3. En la imagen se muestra una homotecia generada a partir del polígono ABCDEF.

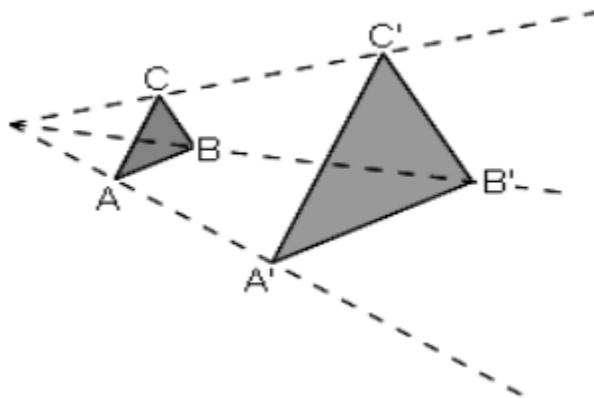


¿Cuáles son las coordenadas del centro de homotecia?

- A) (2, 0)
- B) (3, 0)
- C) (2,3)
- D) (3, 2)

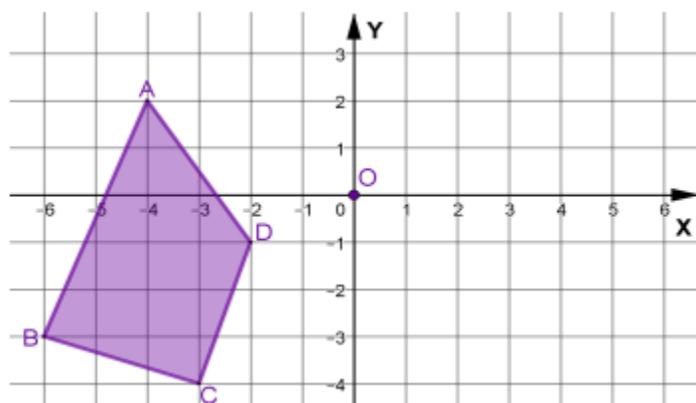
4. En la figura se observa una homotecia de factor 2,5. Si el perímetro del $\Delta A'B'C'$ es 35 cm, ¿cuál es el perímetro del ΔABC ?

- A) 7 cm.
- B) 14 cm.
- C) 17,5 cm.
- D) 87,5 cm.



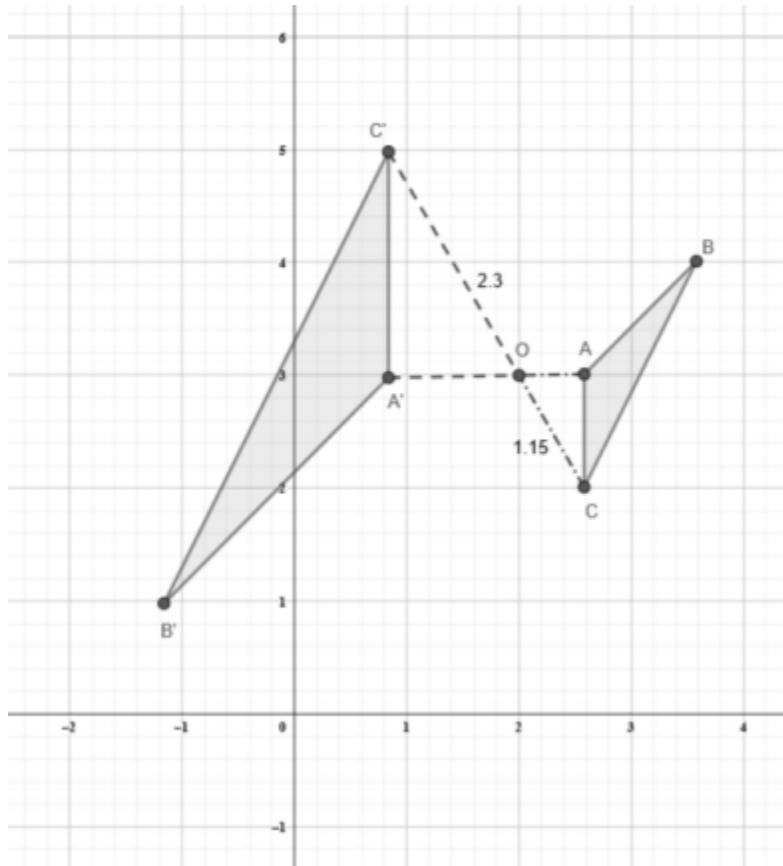
5. En la figura, al polígono ABCD se le aplicó una homotecia de razón igual a -1 con centro en O; ¿cuáles son las coordenadas del punto B', homotético de B?

- A) B' (12 , 6)
- B) B' (6 , 3)
- C) B' (6 , 1)
- D) B' (1, 6)



6. Al triángulo ABC se le aplicó una homotecia de centro O obteniéndose el triángulo A'B'C'. Si el segmento AO mide 1,16 cm, entonces ¿cuánto mide el segmento OA'?

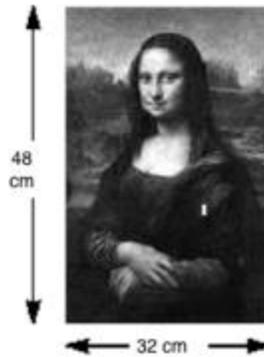
- A) 0,29 cm
B) 1,16 cm
C) 2,0 cm
D) 2,64 cm



7. Una fotografía ha sido ampliada y sus dimensiones actuales son las que se muestran en la figura.

Si se sabe que la fotografía original mide 8 cm de ancho y 12 de largo ¿cuál es la razón de homotecia en que se agrandó la foto?

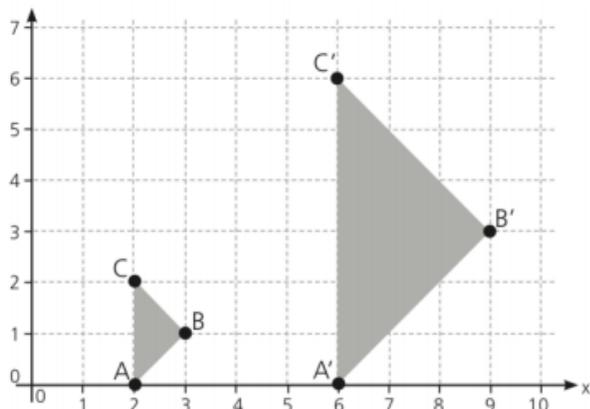
- A) $\frac{1}{4}$
B) $\frac{2}{3}$
C) $\frac{3}{2}$
D) $\frac{4}{1}$



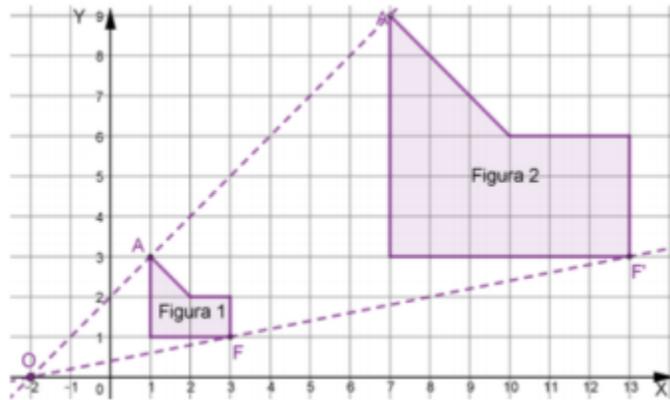
8. En la siguiente imagen, el triángulo A'B'C' es el resultado de hacer una homotecia al triángulo ABC con centro en (0, 0):

¿Cuál es la razón de homotecia?

- A) 2
B) 3
C) 4
D) 6



9. En la imagen se representa una transformación llamada Homotecia, que consiste en generar la Figura 2 a partir de la Figura 1, multiplicando todas las distancias por un mismo factor:



Si la distancia entre el punto O y el punto A es aproximadamente 4 cm y la distancia entre el punto O y A' es aproximadamente 12 cm, entonces ¿cuál es el factor que multiplica las distancias de la Figura 1 para obtener la Figura 2?

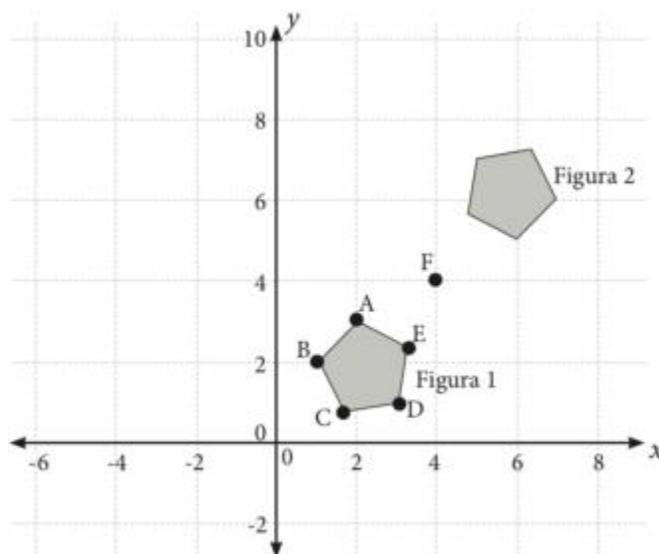
- A) 4
- B) 3
- C) $\frac{1}{3}$
- D) 4

10. En la siguiente imagen, la figura 2 es el resultado de hacer una homotecia a la figura 1 con respecto al punto F:

Para obtener una nueva figura se realizará otra homotecia a la figura 1, con la misma razón, pero cambiando el centro de la homotecia, para que la figura resultante quede completamente en el II cuadrante.

¿Cuál de los siguientes puntos del plano sirve como nuevo centro de la homotecia?

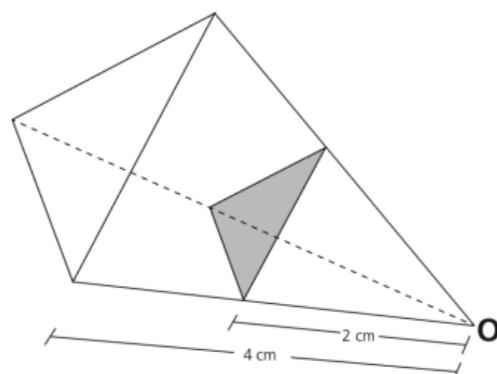
- A) (4, 4)
- B) (2, 4)
- C) (1, 4)
- D) (0, 4)



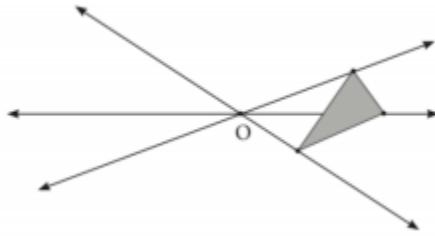
11. La siguiente imagen muestra cómo, a partir del triángulo blanco, se obtuvo el triángulo gris haciendo una homotecia con centro en O:

¿Cuál es la razón de la homotecia realizada?

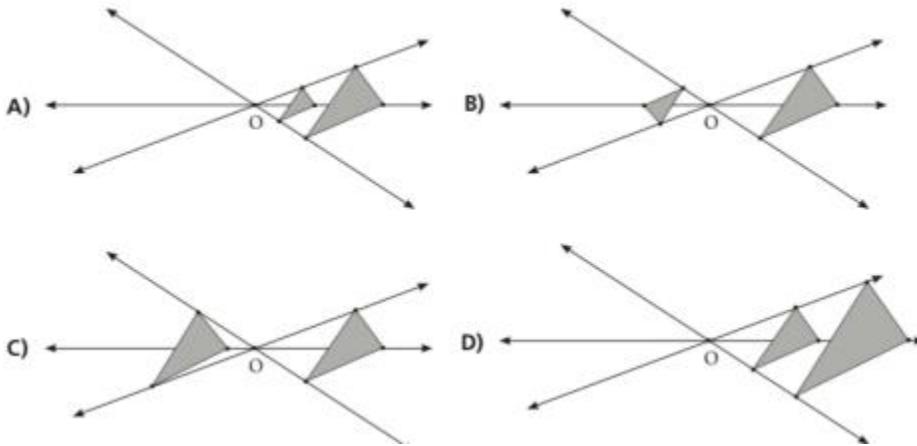
- A) $\frac{1}{2}$
- B) 2
- C) 1
- D) 4



12. Observa el triángulo:



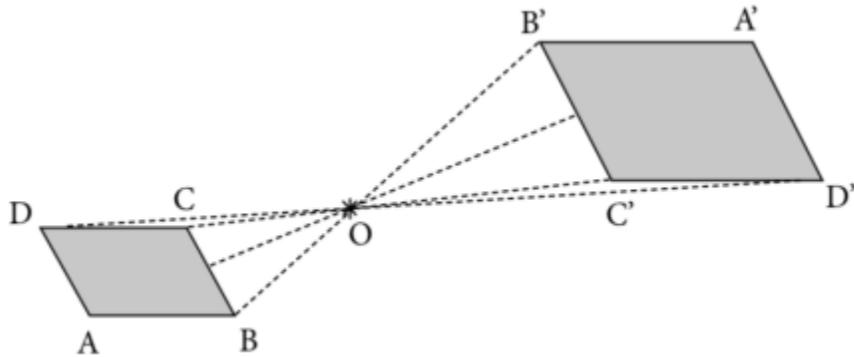
Después de realizarle una homotecia con razón de $-\frac{1}{2}$, ¿cuál opción muestra la homotecia y la figura original?



13. Observa la homotecia de centro O que se le hizo al paralelogramo ABCD:

La distancia OA es la mitad de la distancia OA'. ¿Cuánto es la razón de homotecia?

- A) -2
- B) $-\frac{1}{2}$
- C) $\frac{1}{2}$
- D) 2



PROBABILIDAD

¿Qué es la probabilidad?

Es el cálculo matemático que evalúa las posibilidades que existen de que una cosa suceda cuando interviene el azar. Según esta definición, respondemos a la siguiente situación: Al girar la siguiente ruleta, ¿en qué números se puede parar?



La ruleta puede parar en un número del 1 al 5. Con esto nos podemos dar cuenta que hemos realizado un **experimento aleatorio** (girar la ruleta), el **espacio muestral** (los números del 1 al 5) y un **suceso** (por ejemplo, que al girar la ruleta salga el número 1).

Entonces, definiremos estos conceptos:

- **Experimento aleatorio:** son aquellos en que se pueden repetir indefinidamente una misma acción, bajo las mismas condiciones. Pero es importante, que antes de realizar el experimento, se conozcan todos los resultados posibles sin tener certeza de cuál será el resultado.

- **Espacio muestral:** es el conjunto de los resultados posibles de un experimento aleatorio. Se denota con la letra E o Ω .

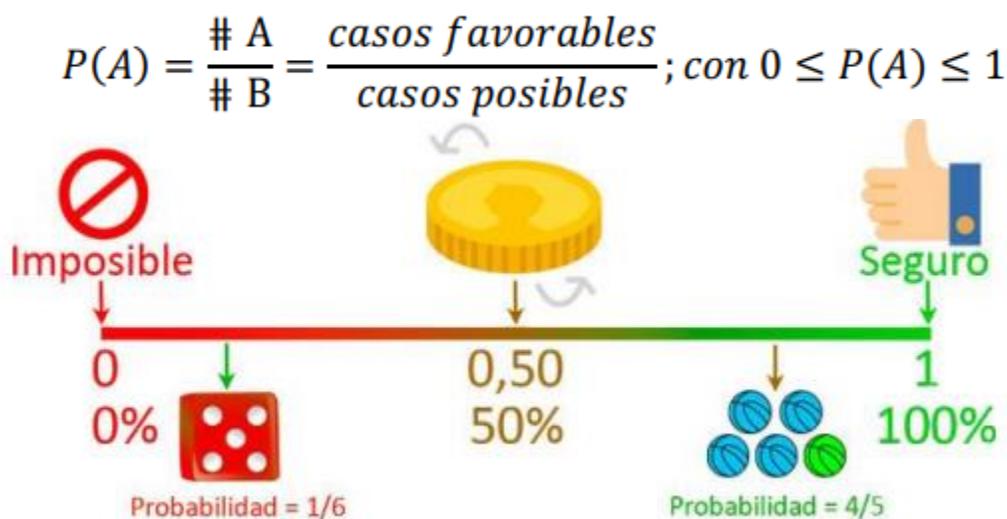
- **Suceso:** es cualquier parte del espacio muestral. Se denota con una letra mayúscula.

Ejemplos:

1. Experimento aleatorio: *Lanzar una moneda.*
Espacio muestral: *cara y sello.*
Suceso: *Que al lanzar una moneda obtengamos sello.*
2. Experimento aleatorio: *Lanzar un dado.*
Espacio muestral: *1, 2, 3, 4, 5 y 6.*
Suceso: *Que al lanzar un dado obtengamos un número menor que 3.*

¿Cómo se calcula la probabilidad?

Para hacer este cálculo vamos aplicar la **Regla de Laplace**, que define la probabilidad de un suceso A como el cociente entre el número de resultados favorables y el número de resultados posibles del experimento. Es decir,



Propiedades:

- Siempre la probabilidad varía entre 0 y 1 (0% y 100%).
- Probabilidad de un suceso seguro: 1, es decir, $P(A) = 1$
- Probabilidad de un suceso imposible: 0, es decir, $P(A) = 0$
- Probabilidad de un suceso contrario (\bar{A}) Si la probabilidad de que ocurra un evento A es $P(A)$, entonces la probabilidad de que no ocurra A es $1 - P(A)$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

Ejemplo:

1. ¿Qué probabilidad tengo que al lanzar una moneda salga sello?

Suceso o evento (A) sería: Que al lanzar una moneda obtengamos sello.

Casos favorables: 1 (porque solo tenemos una opción que salga sello)

Total casos posibles: 2 (porque una moneda tiene cara y sello, que sería nuestro espacio muestral).

$$P(A) = \frac{1}{2} = 0,5$$

Entonces, concluimos que la probabilidad de sacar sello al lanzar una moneda es de 0,5, es decir, un 50% de probabilidad.

Suma de probabilidades

Dados dos eventos A y B, se define el **evento unión** de A y B como aquel en el que cada elemento pertenece a A o pertenece a B, es decir, a uno de los dos eventos o a ambos. Simbólicamente se denota por $A \cup B$.

Sucesos mutuamente excluyentes: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Sucesos que NO son mutuamente excluyentes: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Producto de probabilidades

Dados dos eventos A y B, se define el evento intersección de A y B como aquel en que cada uno de sus elementos pertenecen a A y pertenece a B, es decir, todos los elementos comunes de A y B.

Simbólicamente se denota por $A \cap B$.

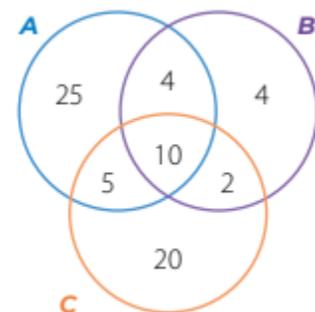
$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A)$$

Donde $P(B/A)$ es la probabilidad que ocurra el segundo evento dado que ya ocurrió A.

- Con reposición (Independientes): no influye en la cardinalidad del espacio muestral.
- Sin reposición (Dependientes): influye en la cardinalidad del espacio muestral.

Ejemplo: Se realizó una encuesta a 70 estudiantes acerca de sus gustos musicales. Los resultados fueron los siguientes: 15 escuchan reggaetón y trap, 12 trap y pop, 14 pop y reggaetón, 25 solo reggaetón, 4 solo pop y 10 escuchan los tres estilos de música.

Con la información entregada se completa el diagrama de Venn en el que se incluyen los valores que representan la cantidad de elementos que le corresponden al conjunto A (reggaetón), al B (pop) y al C (trap).



Si se elige un estudiante al azar:

- ¿Cuál es la probabilidad de que le guste el reggaetón o el pop?

$$P(A \cup B) = \frac{25 + 5 + 10 + 4 + 4 + 2}{70} = \frac{50}{70} = \frac{5}{7}$$

Entonces, la probabilidad de elegir al azar un estudiante de entre los participantes de la encuesta que le guste el reggaetón o el pop es $\frac{5}{7}$.

- ¿Cuál es la probabilidad de que le gusten el reggaetón y el pop?

$$P(A \cap B) = \frac{10 + 4}{70} = \frac{14}{70} = \frac{1}{5}$$

Entonces, la probabilidad de elegir al azar un estudiante entre los participantes de la encuesta, que le gusten el reggaetón y el pop es $\frac{1}{5}$.

Instrucciones: A continuación, usted encontrará preguntas de selección múltiple. Lea atentamente, resuelva y **ENCIERRE EN UN CÍRCULO** la letra de la alternativa correcta.

1. ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar el dado se obtenga un número menor que 3 y que sea par?

A) $\frac{1}{2}$

B) $\frac{1}{6}$

C) $\frac{2}{6}$

D) $\frac{3}{6}$



2. Se lanza un dado común de seis caras, como el de la figura.

¿Cuál es la probabilidad que salga un número impar, mayor que 3 y menor que 5?

A) $\frac{0}{6}$

B) $\frac{1}{6}$

C) $\frac{3}{6}$

D) $\frac{5}{6}$



3. En una bolsa con bolitas $\frac{1}{6}$ son verdes, $\frac{1}{12}$ son amarillas, $\frac{1}{2}$ son blancas y $\frac{1}{4}$ son azules. Si alguien mete la mano a la bolsa y saca una bolita sin mirar ¿de qué color es más probable que saque?

- A) Blanca
B) Azul
C) Verde
D) Amarilla

4. En una bolsa hay 4 fichas numeradas del 1 al 4. Se sacan al azar dos fichas y se registra el número, ¿Cuál es la probabilidad que salga el 23 o el 32?

A) $\frac{2}{6}$

B) $\frac{1}{6}$

C) $\frac{2}{4}$

D) $\frac{1}{4}$

5. Se lanza un dado normal de 12 caras, como el de la imagen.



¿Cuál es la probabilidad que salga un número primo mayor que 3 y menor que 11?

- A) $\frac{2}{12}$
- B) $\frac{3}{12}$
- C) $\frac{5}{12}$
- D) $\frac{7}{12}$

6. Ignacio juega con un dado no cargado y gana si sale 3 ó 6. ¿Cuál es la probabilidad que gane?

- A) $\frac{6}{2}$
- B) $\frac{1}{6}$
- C) $\frac{2}{6}$
- D) $\frac{2}{3}$

7. La probabilidad de ganar un premio de Roxana es $\frac{1}{4}$ y la de Tirso es $\frac{2}{3}$. ¿Quién tiene más probabilidades de ganar?

- A) Tirso.
- B) Roxana.
- C) Cualquiera de los dos.
- D) No se puede determinar.

Lee con atención y responde las preguntas 8 y la 9:

Para la fiesta de fin de año del Liceo Rucamahuida, cada curso vendió entradas, recaudándose un total de \$1.300.000. En el siguiente cuadro se presenta el número de entradas que vendió cada curso.

	1° medio	2° medio	3° medio	4° medio
N° de entradas vendidas	165	160	125	150

Durante la fiesta se realizará una rifa en la que participarán las 600 entradas vendidas.

8. ¿Cuál es la probabilidad de que en la rifa gane el premio una persona que compró su entrada al 2º año medio?

A) $\frac{1}{160}$

B) $\frac{160}{600}$

C) 160

D) $\frac{1}{160}$

9. Según los datos de la tabla ¿cuál de las siguientes afirmaciones es falsa?

A) Entre los cuatro cursos se vendieron 600 entradas.

B) El cuarto año medio vendió una de cada cuatro entradas.

C) Los terceros y cuartos medios vendieron 50 entradas menos que los primeros y segundos medios.

D) El cuarto medio vendió el 20% de las entradas.

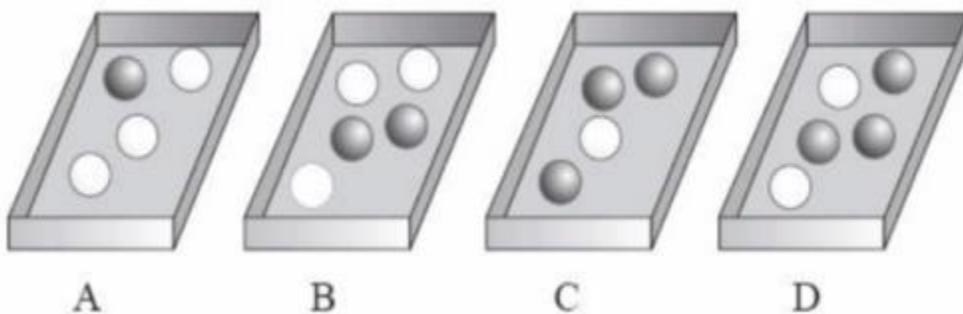
10. José y Daniel juegan a lanzar una moneda. José dice: “Si lanzo dos veces seguidas una moneda al aire tengo más probabilidades de obtener 2 veces cara, que si la lanzo 3 veces”. Daniel dice que José está equivocado. ¿Quién tiene la razón?

José _____

Daniel _____

¿Por qué? Justifica tu respuesta y muestra tus cálculos:

11. ¿En cuál de estas cajas hay más probabilidad de sacar sin mirar una ficha negra?



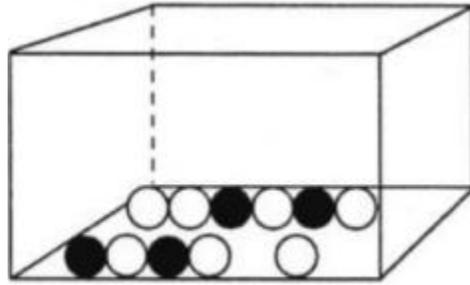
A) Caja A

B) Caja B

C)Caja C

D)Caja D

12. En la caja que aparece en el dibujo hay bolitas blancas y bolitas negras. Para que la probabilidad de sacar una bolita negra sea de $\frac{1}{2}$:



¿Sacarías o agregarías bolitas?

Respuesta: _____

¿Cuántas y de qué color?

Respuesta: _____

Justifica las respuestas dadas a las preguntas 1 y 2:

13. En un colegio, la probabilidad de que un alumno seleccionado al azar hable más de un idioma es de 0,20 y probabilidad de que un alumno practique algún deporte es de 0,80. ¿Cuál es la probabilidad que hable más de un idioma y practique deporte?

- A) 0,10
- B) 0,16
- C) 0,70
- D) 0,60

14. En un estudio de control de calidad la probabilidad de que cierto modelo de audífono salga defectuoso es de 0,2. La probabilidad de que falle dentro del periodo de garantía es de 0,35 ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir al azar un audífono de este modelo salga defectuoso o falle dentro del periodo de garantía?

- A) 0,07
- B) 0,15
- C) 0,45
- D) 0,55