



Guía para el aprendizaje N°6

Nombre de alumno/a: _____

Curso: _____

Asignatura: **Matemática**

Nivel: **IV medio**

Unidad: **Estadística y Álgebra**

Contenido: **Porcentaje y tasa de interés. Función potencia**

Objetivo de aprendizaje: OA 01: Fundamentar decisiones en el ámbito financiero y económico personal o comunitario, a partir de modelos que consideren porcentajes, tasas de interés e índices económicos. OA 03: Construir modelos de situaciones o fenómenos de crecimiento, decrecimiento y periódicos que involucren funciones potencias de exponente entero y trigonométricas $\sin(x)$ y $\cos(x)$, de forma manuscrita, con uso de herramientas tecnológicas y promoviendo la búsqueda, selección, contrastación y verificación de información en ambientes digitales y redes sociales.

Instrucciones:

En los próximos días deberás resolver la guía, la cual te ayudará para prepararte para la prueba del mes. Debes hacer tus consultas al profesor, a continuación se presentan el correo electrónico para que puedas ponerte en contacto con el docente.

Profesor Daniel Rocha

Daniel.Rocha@colegiofernandodearagon.cl

Profesor Lucas Gómez

Lucas.Gomez@colegiofernandodearagon.cl

Profesor Patricio Núñez

Patricio.Nuñez@colegiofernandodearagon.cl

Toma de decisiones aplicando Tasas de interés compuesto

Lección I. Ahorro e inversiones

El ahorro y la inversión son operaciones financieras que involucran la postergación de un dinero en el presente por la probabilidad de obtener un beneficio mayor a futuro. En general, se lo pone a disposición de una empresa financiera, como un banco, con la finalidad de que el monto se incremente con las ganancias que genere. Algunos de los conceptos financieros asociados son los siguientes:

- Rendimiento esperado o rentabilidad: monto que esperamos obtener de nuestra inversión. Se suele medir como porcentaje de la cantidad invertida.
- Riesgo: variable subjetiva que se refiere a la posibilidad de que no se recupere el dinero invertido, es decir, la incerteza sobre el rendimiento.

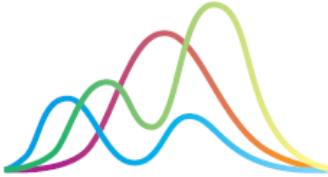
Los ahorros tienen un riesgo casi nulo, es decir, existe una alta probabilidad de que el beneficio sea el esperado. Además, tienen una rentabilidad más baja que las inversiones, cuyo riesgo y rentabilidad depende del producto invertido.



BANCO FUTURO

Cuenta de ahorro con un 3,5% interés anual.
Máximo 1 retiro anual.

BANCO PLATINO



Tasa variable
(Desde 0,05% hasta 0,2%)
Desde 7 hasta 360 días.

INVERSIONES PIRAMIDAL S.A.

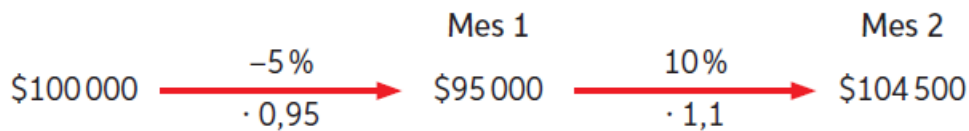


Triplique su dinero
¡100% garantizado!

A_ ¿Qué instrumentos financieros conoces de los anuncios mostrados?, ¿qué información entrega cada uno?

B_ ¿cuál de las ofertas entrega más información?, ¿cuál entrega menos?

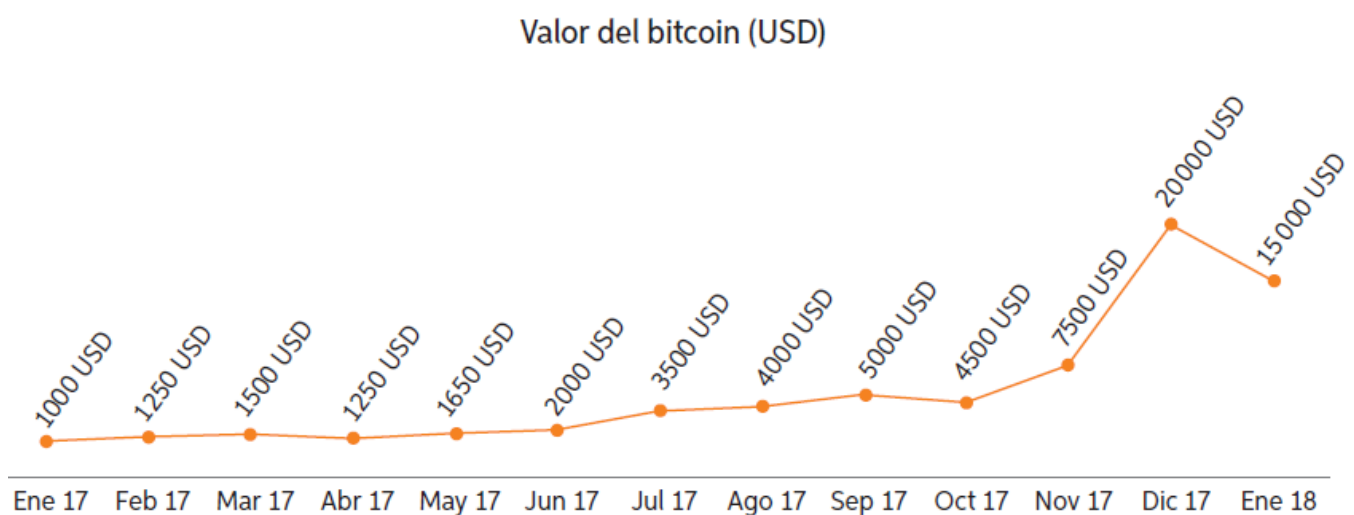
Llamaremos capitalización a la proyección de un monto en el futuro con un interés dado. Por ejemplo, una inversión de un monto de \$100 000 que tiene una rentabilidad del -5 % el primer mes, y del 10 % el mes siguiente, se capitalizará mensualmente de la siguiente forma:



Lo anterior es equivalente a la multiplicación del monto inicial por 0,95 y por 1,1, es decir 1,045; o bien a la capitalización del monto inicial con una rentabilidad del 4,5 %.

En general, tendremos que un monto inicial D capitalizado en periodos de distintos intereses i_1, i_2, \dots, i_n será equivalente a capitalizarlo por la totalidad del periodo bajo un rendimiento i_f , que es el producto de los intereses parciales. El monto final M será $M = D \cdot (1 + i_f)$.

- A partir del gráfico del valor del bitcoin, responde: El bitcoin es un tipo de divisa digital.

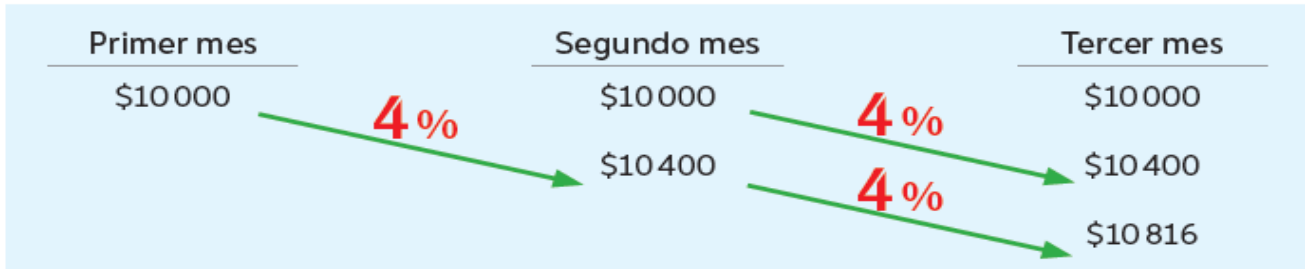


- ¿Cuál fue la rentabilidad final de todo el periodo?
- Se compró 1 bitcoin en enero de 2017 y se lo vendió en diciembre de 2017. Ignorando las tarifas y comisiones, ¿cuál fue el rendimiento de la inversión? ¿Cuántos dólares se ganaron?
- ¿Cuántos dólares, ignorando las tarifas y comisiones, se perdieron si se compró 1 bitcoin durante diciembre de 2017 y se lo vendió en enero del 2018?, ¿cuál fue el rendimiento de la inversión?
- Demuestra que el rendimiento final de la inversión es equivalente a la multiplicación de los rendimientos entre periodos de meses continuos.



Resuelve 1. Resuelve los siguientes ejercicios.

Se realizan depósitos periódicos mensuales de \$10 000 durante 3 meses a una tasa de interés fija del 4 % mensual, como se observa en el siguiente esquema:



- Transforma los depósitos finales en multiplicaciones del monto depositado por los intereses generados en el periodo.
- ¿Cuántas veces se capitalizó cada monto? ¿Cómo se relaciona la cantidad de veces que se capitaliza con el mes en el que se realizó el depósito?
- ¿Cuál es el monto final obtenido? ¿A cuántas veces corresponde el monto depositado mensualmente?

Aprende 1. Créditos

Un crédito es una operación financiera mediante la cual una institución otorga un préstamo a una persona por una cantidad de dinero determinada, que corresponde a la solicitada más los gastos operacionales (monto bruto). La persona se compromete a devolver el costo total del crédito, es decir, el monto bruto más los intereses en un tiempo determinado. Un crédito tendrá los siguientes elementos:

Cuota mensual: monto que el consumidor se compromete a pagar mensualmente.

Tasa de interés: relación que existe entre el interés y el monto prestado.

Costo Total del Crédito (CTC): valor final que se va a pagar por el crédito, es decir, el monto de dinero prestado más todos los costos asociados, como intereses, comisiones, impuestos y seguros.

Simulación de crédito	
\$1 000 000 en 48 cuotas	
Monto bruto	\$1 119 311
Valor de la cuota	\$38 581
CAE	33,78 %
Tasa interés mensual	2,24 %
Costo total del crédito	\$1 851 866

Carga Anual Equivalente (CAE): indicador porcentual, que incluye los intereses, gastos y seguros asociados al crédito expresados en forma anual. Permite comparar en forma objetiva el costo del crédito entre entidades.

Una CAE más cercana a 0 significa que financieramente la alternativa es mejor.

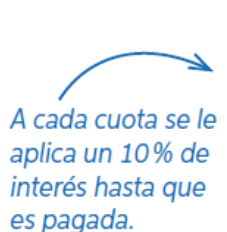
En cada cuota, pagaremos los intereses generados por el capital adeudado del periodo anterior. Al monto restante, destinado a reducir el capital aún adeudado, lo llamaremos amortización. Tendremos que cada cuota se divide en:

$$\text{Amortización} + \text{Intereses} = \text{Cuota}$$

Existen varios planes para reducir una deuda. El método más utilizado de amortización corresponde al “francés”, en el cual el valor de la cuota es fijo, la cantidad amortizada aumenta en el tiempo y los intereses generados disminuyen. Llamaremos actualización o descuento a la proyección de un monto equivalente M en n periodos previos con un interés i de una cuota C :

$$M = C \cdot (1 + i)^{-n}$$

Simulando el pago en 3 periodos de un crédito de \$120 000 con un interés del 10% por periodo, obtenemos tres cuotas de \$48 253,78 cada una.



	Cuota 1	Cuota 2	Cuota 3	Adeudado	Por pagar
Hoy	\$43 867,07	\$39 879,16	\$36 253,78	\$120 000,00	\$120 000,00
Mes 1	\$48 253,78	\$43 867,07	\$39 879,16	\$132 000,00	\$83 746,22
Mes 2	PAGADA	\$48 253,78	\$43 867,07	\$92 120,85	\$43 867,07
Mes 3	PAGADA	PAGADA	\$48 253,78	\$48 253,78	\$0

- ¿Cuál fue el costo total del crédito?
- ¿Cuántos fueron los intereses generados, en pesos, por el monto adeudado en cada periodo? ¿Cuánto suman?
- ¿Cuál fue la cantidad amortizada en cada pago? ¿Cuánto suman las amortizaciones?
- ¿Qué relación existe entre la suma de las amortizaciones, el costo total del crédito, los intereses y el monto otorgado por el crédito?

Actividad 1: Una casa comercial ofrece un crédito de consumo de \$1.500.000 a 36 cuotas, con una tasa de interés del 1,62% mensual.

- Calcular el monto final a pagar del crédito de consumo
- ¿Cuál es el valor de la cuota mensual del crédito ofrecido?



Actividad 2: Andrés quiere comprar una casa en un barrio nuevo que se esta construyendo, la casa que le interesa esta avaluada en 2200 UF. Para comprar el inmueble tiene un dinero ahorrado que usara para el PIE que le piden para comprarla. Además, tiene un crédito hipotecario aprobado por un Banco, el que cubre el monto faltante del valor de la casa. ¿Cuál es el monto total para pagar del crédito, si la tasa de interés es del 3,99%, el valor de la UF es de 29.865 pesos y el monto del PIE que dará es del 20% del valor de la casa y el crédito es pactado a 25 años?

Lección II. Función Potencia de exponente positivo

Llamaremos función potencia a una función de la forma $f(x) = a \cdot x^n$, con $a \in \mathbb{R} - \{0\}$ y $n \in \mathbb{Z} - \{0\}$, cuyo dominio está en los reales y su recorrido depende de a y n , donde a es llamado coeficiente y n es llamado exponente.

Por ejemplo, las siguientes funciones corresponden a funciones potencia:

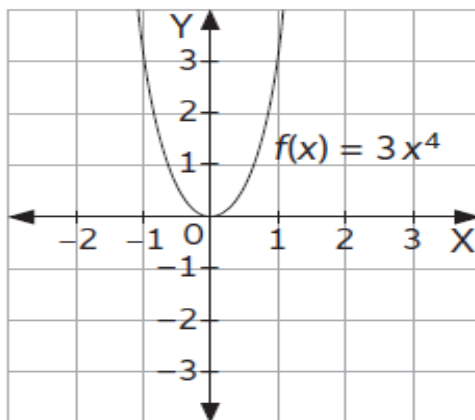
$$f(x) = 3x^5 \quad f(x) = 0,2x^{-2} \quad f(x) = -5x \quad f(x) = -7x^{-15}$$

Tipos de Funcion

Para el caso de las funciones potencia $f(x) = ax^n$ de exponente positivo, tendremos:

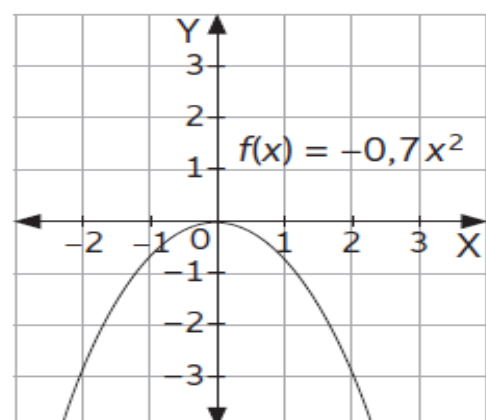
- Exponente par:

Coeficiente a positivo



Recorrido: $\mathbb{R}^+ \cup \{0\}$

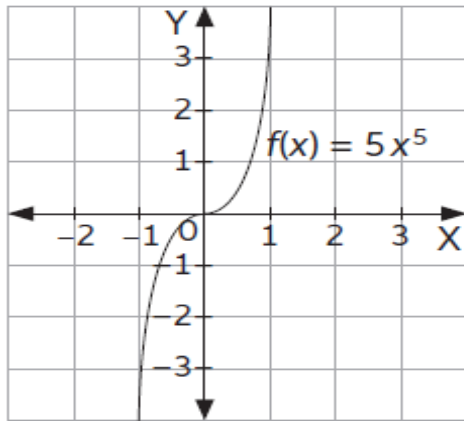
Coeficiente a negativo



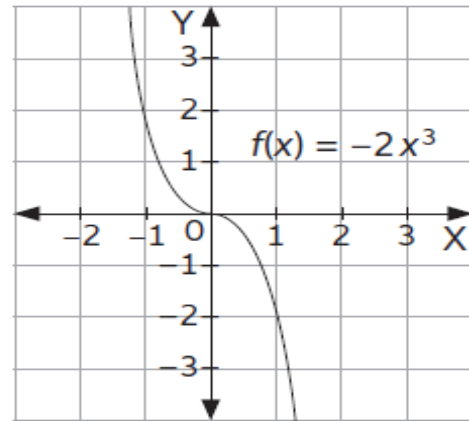
Recorrido: $\mathbb{R}^- \cup \{0\}$

Exponente Impar:

Coefficiente a positivo



Coefficiente a negativo



Las funciones de exponente impar son simétricas con respecto al origen y su recorrido es \mathbb{R} .

Ejercicios: Evaluar y graficar las siguientes funciones

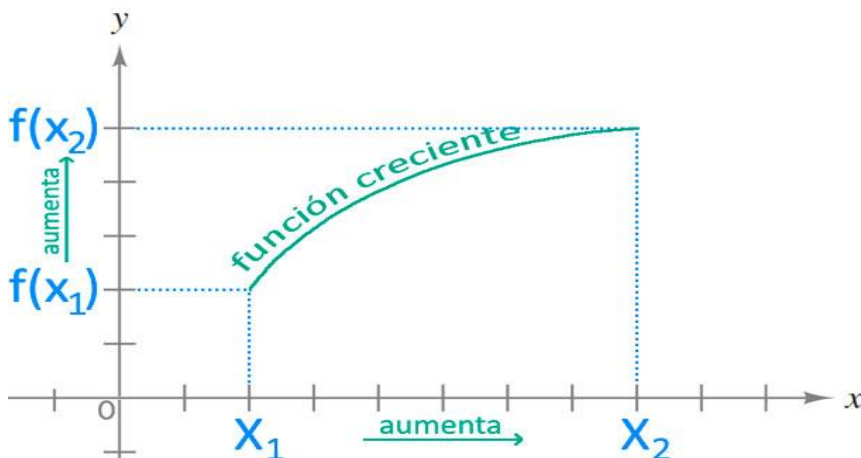
- 1) $f(x) = 2x^5$
- 2) $f(x) = x^4$
- 3) $f(x) = -5x^3$
- 4) $f(x) = -\frac{1}{3}x^2$

Funcion creciente y decreciente

Funcion creciente: se define como una funcion que a “medida que aumenta el Valor x aumenta su valor de y ”. una funcion es creciente si se cumple que:

$$x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

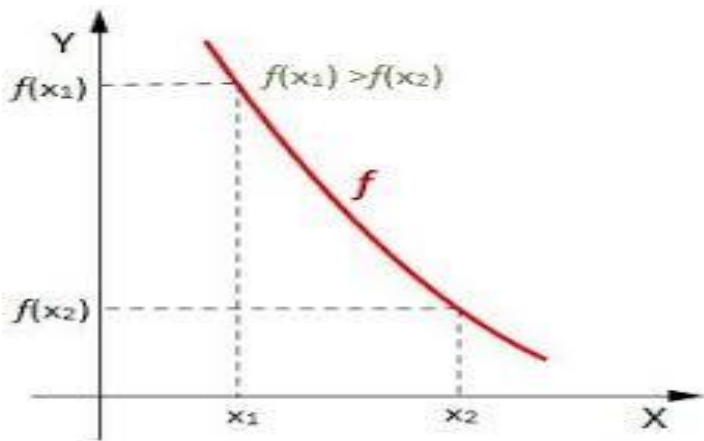
Graficamente queda





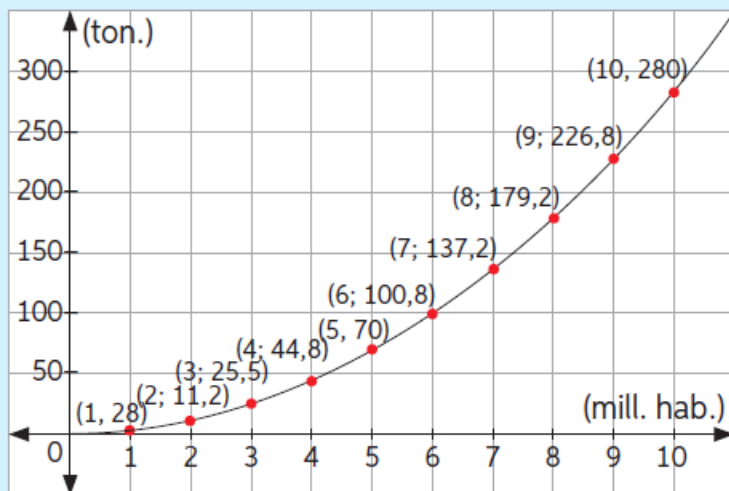
Función decreciente: se define como una función que a “*medida que aumenta el Valor x disminuye su valor de y*”. una función es decreciente si se cumple que:

$$x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) > f(x_2)$$



Un ejemplo de una función creciente o decreciente es:

La cantidad de basura en toneladas que se genera mensualmente por cada millón de habitantes en cierto país está representada en el siguiente gráfico:



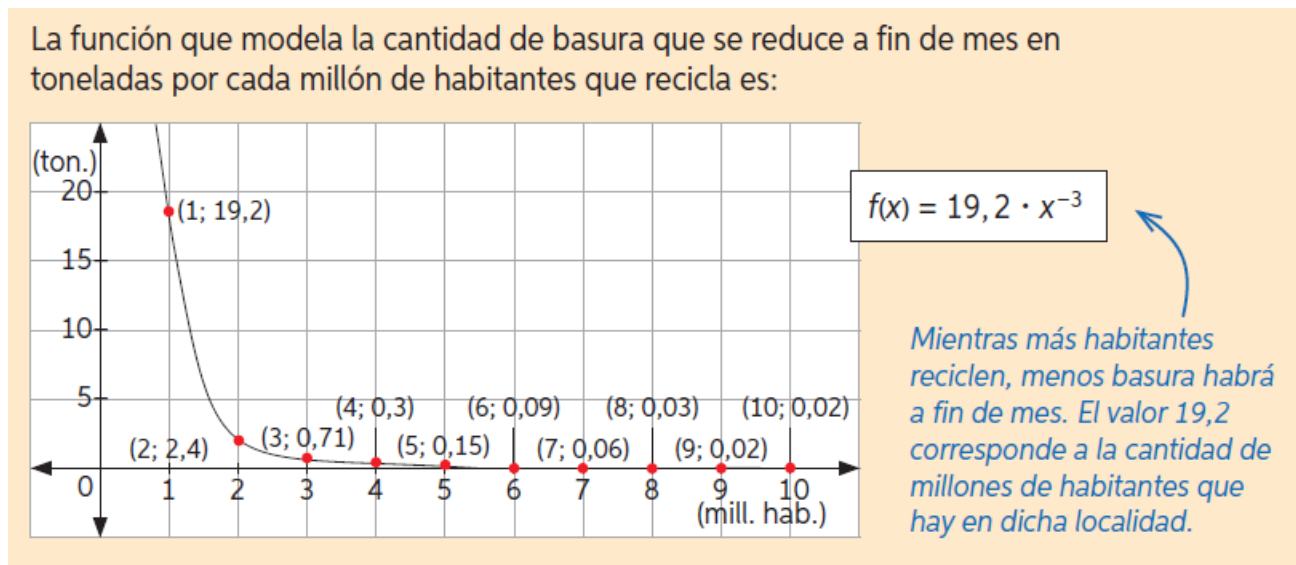
$$f(x) = 2,8x^2$$

- Si consideramos que en el mundo hay 7530 millones de habitantes y que la producción de basura es similar en todas partes, ¿cuántas toneladas de basura se generan mensualmente en el planeta?

Podemos identificar a partir del gráfico de la situación analizada, que a medida que aumenta la cantidad de personas, aumenta la cantidad de basura generada.

Si en Chile hay actualmente hay 19.000.000 de personas, ¿Cuántas toneladas de basura se genera en el país?

Una función decreciente se puede modelar de la siguiente forma:



En el cuadro anterior, podemos ver la función que representa el reciclaje de basura en función de la cantidad de personas que lo hace

Actividad 1: Analiza los siguientes datos y luego responde

Algunos de los fenómenos virales en las redes sociales pueden ser modelados mediante la función potencia; por ejemplo, un video blog titulado “maquillaje sale mal” se visualizó de la siguiente forma:

x (min)	f(x) (visualizaciones)
1	3
2	24
3	81
4	192

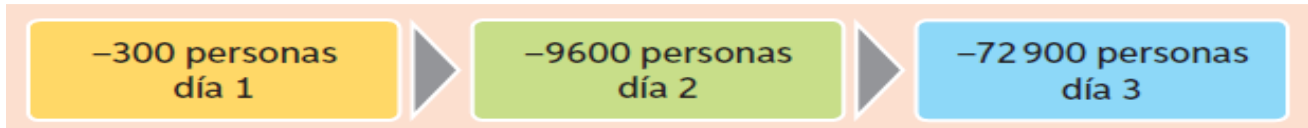


Podemos modelar la situación anterior de personas que han visto el video $f(x)$ y de los x minutos que han transcurrido desde su publicación mediante la función $f(x) = 3x^3$.

- ¿Cuáles son los coeficientes a y n de la función $f(x)$?, ¿es una función creciente o decreciente?
- ¿Cuántas personas habrán visto el video luego de una hora?
- ¿Cuánto demoró el video en llegar al millón de visualizaciones?



Actividad 2: Otro fenómeno viral corresponde a las reacciones negativas reflejadas en las redes sociales causadas por comentarios, actitudes o acciones reprochables. Por ejemplo, la publicación de una noticia de dudosa fuente le originó una pérdida de seguidores en las redes sociales a una estrella de cine:



Para modelar la situación anterior de subscriptores que han perdido $g(x)$ y de los x días que han transcurrido desde la publicación de la noticia mediante la función $g(x) = -300x^5$

- ¿Cuáles son los coeficientes a y n de la función $g(x)$?, ¿es una función creciente o decreciente?
- Si la persona contaba con 10 000 000 de subscriptores antes de la noticia, ¿cuántos días deben transcurrir para que se quede sin subscriptores?